

Giới thiệu: Từ công thức đến những ô cửa vòm

Hình học không chỉ là những công thức khô khan trên sách vở. Khi bạn ngắm nhìn những công trình kiến trúc cổ điển, đặc biệt là các ô cửa sổ hình vòm cung duyên dáng, bạn có biết rằng vẻ đẹp đó được tạo nên từ những nguyên tắc toán học chính xác về đường tròn không? Chuyên đề này sẽ giúp bạn nắm vững kiến thức về các loại góc với đường tròn và khám phá ứng dụng tuyệt vời của chúng trong việc thiết kế và kiểm tra kết cấu của một chiếc cửa sổ hình vòm.

Phần 1: Tổng hợp kiến thức trọng tâm về góc với đường tròn

Một đường tròn $(O; R)$ có vô số các loại góc liên quan. Dưới đây là 5 loại góc quan trọng nhất các bạn cần nắm vững.

1. Góc ở tâm

- **Định nghĩa:** Góc có đỉnh trùng với tâm của đường tròn được gọi là góc ở tâm.
- **Công thức:** **Số đo góc ở tâm = Số đo cung bị chắn.**
- **Giải thích:** Nếu hai bán kính OA và OB tạo thành góc AOB , thì số đo của góc AOB (tính bằng độ) sẽ bằng đúng số đo của cung tròn AmB nằm bên trong góc đó.
- **Ví dụ 1:** Cho đường tròn (O) và hai điểm A, B trên đường tròn sao cho số đo cung AmB bằng 80° . Khi đó, số đo góc ở tâm AOB chắn cung này cũng bằng

80°.

- **Ví dụ 2 (Ứng dụng cửa vòm):** Một cửa sổ hình vòm có phần vòm là nửa đường tròn với đường kính AB. Khi đó, AB là đường kính đi qua tâm O. Góc ở tâm AOB chắn nửa đường tròn này là góc bẹt, có số đo là 180° . Do đó, số đo của cung tròn hình vòm là 180° .

2. Góc nội tiếp

- **Định nghĩa:** Góc nội tiếp là góc có đỉnh nằm trên đường tròn và hai cạnh chứa hai dây cung của đường tròn đó.
- **Công thức:** Số đo góc nội tiếp = $\frac{1}{2}$ Số đo cung bị chắn.
- **Hệ quả quan trọng:**
 - Các góc nội tiếp cùng chắn một cung thì bằng nhau.
 - Góc nội tiếp chắn nửa đường tròn là góc vuông (90°).
- **Giải thích:** Độ lớn của góc nội tiếp luôn chỉ bằng một nửa độ lớn của cung mà nó "nhìn".
- **Ví dụ 1:** Trong đường tròn (O), góc nội tiếp BAC chắn cung BC. Nếu số đo cung BC là 120° , thì số đo góc BAC = $120^\circ/2 = 60^\circ$.
- **Ví dụ 2 (Ứng dụng kiểm tra cửa vòm):** Để kiểm tra xem một vòm cửa có phải là nửa đường tròn hoàn hảo hay không, người thợ có thể làm như sau: Lấy một điểm C bất kỳ trên vòm cửa. Nối C với hai điểm chân vòm A và B. Dùng thước êke kiểm tra góc ACB. Nếu góc ACB = 90° , chứng tỏ điểm C đang nhìn đường kính AB, và vòm cửa là một nửa đường tròn chuẩn.

- **Ví dụ 3:** Nếu hai góc nội tiếp MAN và MBN cùng chắn cung MN, thì góc MAN = góc MBN.

3. Góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung

- **Định nghĩa:** Là góc có đỉnh nằm trên đường tròn, một cạnh là tia tiếp tuyến và cạnh kia chứa một dây cung.
- **Công thức:** **Số đo góc = 1/2 Số đo cung bị chắn.**
- **Giải thích:** Cung bị chắn là cung nằm bên trong góc đó. Công thức này giống hệt công thức góc nội tiếp.
- **Ví dụ 1:** Cho tiếp tuyến Ax tại điểm A của đường tròn (O) và dây cung AB. Góc xAB chắn cung AmB. Nếu số đo cung AmB là 100° , thì góc xAB = $100^\circ/2 = 50^\circ$.
- **Ví dụ 2 (Ứng dụng thiết kế):** Giả sử đỉnh vòm cửa sổ tại điểm C là điểm cao nhất. Một thanh kim loại trang trí nằm ngang tiếp xúc với đỉnh C (là tiếp tuyến). Một nan hoa nối từ C đến chân vòm A (là dây cung). Cung CA là 1/4 đường tròn nên có số đo 90° . Góc tạo bởi thanh kim loại và nan hoa CA sẽ là $90^\circ/2 = 45^\circ$.

4. Góc có đỉnh ở bên trong đường tròn

- **Định nghĩa:** Là góc có đỉnh nằm bên trong đường tròn, được tạo bởi hai dây cung cắt nhau.
- **Công thức:** **Số đo góc = 1/2 (Tổng số đo hai cung bị chắn).**
- **Giải thích:** Góc này chắn hai cung: một cung nằm giữa hai cạnh của góc và một cung nằm giữa hai cạnh của góc đối đỉnh với nó. Ta cộng số đo hai cung

này rồi chia cho 2.

- **Ví dụ 1:** Hai dây cung AB và CD cắt nhau tại I bên trong đường tròn. Góc AIC chắn cung AC và góc đối đỉnh BID chắn cung BD. Vậy, góc AIC = $1/2$ (sđ cung AC + sđ cung BD).
- **Ví dụ 2 (Ứng dụng nan hoa cửa sổ):** Trong một cửa sổ vòm, hai nan hoa trang trí AC và BD cắt nhau tại điểm I. Nếu biết cung AB bị chắn bởi chân vòm có số đo 40° và cung CD ở phía trên có số đo 100° , thì góc giao nhau giữa hai nan hoa (góc CID) sẽ là: $(40^\circ + 100^\circ)/2 = 70^\circ$.

5. Góc có đỉnh ở bên ngoài đường tròn

- **Định nghĩa:** Là góc có đỉnh nằm bên ngoài đường tròn, các cạnh có điểm chung với đường tròn (có thể là hai tiếp tuyến, hai cát tuyến, hoặc một tiếp tuyến và một cát tuyến).
- **Công thức:** Số đo góc = $1/2$ (Hiệu số đo hai cung bị chắn).
- **Giải thích:** Góc này luôn chắn hai cung, một cung lớn (ở xa đỉnh) và một cung nhỏ (ở gần đỉnh). Ta lấy số đo cung lớn trừ đi số đo cung nhỏ rồi chia cho 2.
- **Ví dụ 1:** Từ điểm M bên ngoài đường tròn (O), vẽ hai cát tuyến MAB và MCD. Góc AMD chắn hai cung AD (cung lớn) và BC (cung nhỏ). Vậy, góc AMD = $1/2$ (sđ cung AD - sđ cung BC).
- **Ví dụ 2 (Ứng dụng khung đỡ):** Một khung đỡ bên ngoài cửa sổ vòm được tạo bởi hai thanh thẳng xuất phát từ điểm M bên dưới, cắt vòm cửa tại A, B và C, D. Nếu cung AD có số đo 150° và cung BC có số đo 30° , thì góc M của

khung đỡ sẽ là: $(150^\circ - 30^\circ)/2 = 60^\circ$. Điều này giúp kỹ sư tính toán độ mở của khung đỡ một cách chính xác.

Phần 2: Bảng tổng hợp các loại góc với đường tròn

Loại góc	Vị trí đỉnh	Công thức tính (theo cung bị chắn)
Góc ở tâm	Trùng với tâm đường tròn	Bằng số đo cung bị chắn
Góc nội tiếp	Nằm trên đường tròn	Bằng 1/2 số đo cung bị chắn
Góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung	Nằm trên đường tròn	Bằng 1/2 số đo cung bị chắn
Góc có đỉnh bên trong đường tròn	Nằm bên trong đường tròn	Bằng 1/2 tổng số đo hai cung bị chắn
Góc có đỉnh bên ngoài đường tròn	Nằm bên ngoài đường tròn	Bằng 1/2 hiệu số đo hai cung bị chắn

Phần 3: Bài toán thực tế - Phân tích một cửa sổ hình vòm

Xét một cửa sổ có phần vòm là nửa đường tròn đường kính $AB = 2$ mét. Tâm O là trung điểm của AB . Trên nửa đường tròn, ta lấy các điểm C và D sao cho cung $AC = 30^\circ$ và cung $CD = 60^\circ$.

1. Tính số đo cung DB:

Vì đây là nửa đường tròn nên tổng số đo cung AB là 180° .

Ta có: số đo cung AC + số đo cung CD + số đo cung DB = 180° .

$$\Rightarrow 30^\circ + 60^\circ + \text{số đo cung DB} = 180^\circ.$$

$$\Rightarrow \text{số đo cung DB} = 90^\circ.$$

2. Tính các góc nội tiếp ADB và ACB:

Góc ADB là góc nội tiếp chắn cung AB (nửa đường tròn). Do đó, **góc ADB = $180^\circ/2 = 90^\circ$** .

Góc ACB là góc nội tiếp chắn cung AB. Do đó, **góc ACB = $180^\circ/2 = 90^\circ$** . Đây là cách kiểm tra độ chuẩn của vòm cung.

3. Tính góc tạo bởi hai nan hoa AD và BC cắt nhau tại I:

Điểm I nằm bên trong đường tròn. Góc AIB chắn hai cung AB và CD. Tuy nhiên, chúng ta cần tính góc AIC.

$$\text{Góc AIC} = 1/2 (\text{số đo cung AC} + \text{số đo cung BD}).$$

$$\text{Góc AIC} = 1/2 (30^\circ + 90^\circ) = 1/2 (120^\circ) = 60^\circ.$$

Qua bài toán trên, ta thấy chỉ với vài kiến thức cơ bản về góc với đường tròn, chúng ta đã có thể phân tích và tính toán được các thông số quan trọng trong thiết kế của một chi tiết kiến trúc thực tế. Toán học thực sự là nền tảng cho vẻ đẹp và sự vững chắc của thế giới xung quanh ta.