

Tổng hợp kiến thức: Lũy thừa với số mũ tự nhiên

1. Định nghĩa lũy thừa

a. Khái niệm

Lũy thừa là một phép toán dùng để biểu diễn gọn gàng một tích của nhiều thừa số giống nhau.

Công thức tổng quát: $a^n = a \cdot a \cdot a \dots a$ (n thừa số a)

Trong đó:

- **a** được gọi là **cơ số** (số được nhân lặp lại).
- **n** được gọi là **số mũ** (số lần thừa số a xuất hiện), với n là số tự nhiên khác 0.

Phép toán nâng một số lên lũy thừa được gọi là phép nâng lên lũy thừa.

b. Ví dụ minh họa

- **Ví dụ 1:** Viết gọn tích $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$ dưới dạng lũy thừa.

Tích có 4 thừa số 3 giống nhau. Vậy ta viết: $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^4$.

Ở đây, cơ số là 3 và số mũ là 4.

- **Ví dụ 2:** Tính giá trị của 2^5 .

Ta có: $2^5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$.

Ở đây, cơ số là 2 và số mũ là 5.

c. Cách đọc lũy thừa

Ta đọc a^n là "a mũ n" hoặc "a lũy thừa n" hoặc "lũy thừa bậc n của a".

Các trường hợp đặc biệt:

- a^2 còn được đọc là "a bình phương" hay "bình phương của a".
- a^3 còn được đọc là "a lập phương" hay "lập phương của a".

Ví dụ:

- 5^2 đọc là: năm mũ hai, hoặc năm bình phương.
- 10^3 đọc là: mười mũ ba, hoặc mười lập phương.
- 7^4 đọc là: bảy mũ bốn, hoặc bảy lũy thừa bốn.

2. Nhân hai lũy thừa cùng cơ số

Khi nhân hai lũy thừa có cùng cơ số, ta giữ nguyên cơ số và cộng các số mũ lại với nhau.

Công thức: $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

Ví dụ minh họa

- **Ví dụ 1:** Viết kết quả phép tính $3^2 \cdot 3^5$ dưới dạng một lũy thừa.

Áp dụng công thức, ta có: $3^2 \cdot 3^5 = 3^{2+5} = 3^7$.

- **Ví dụ 2:** Tính giá trị của $2^3 \cdot 2^4$.

Ta có: $2^3 \cdot 2^4 = 2^{3+4} = 2^7 = 2.2.2.2.2.2.2 = 128$.

- **Ví dụ 3:** Viết tích $x \cdot x^6$ dưới dạng một lũy thừa.

Lưu ý rằng x có thể được viết là x^1 . Do đó: $x \cdot x^6 = x^1 \cdot x^6 = x^{1+6} = x^7$.

3. Chia hai lũy thừa cùng cơ số

Khi chia hai lũy thừa có cùng cơ số (khác 0), ta giữ nguyên cơ số và trừ các số mũ cho nhau.

Công thức: $a^m : a^n = a^{m-n}$ (với $a \neq 0, m \geq n$)

Ví dụ minh họa

- **Ví dụ 1:** Viết kết quả phép tính $7^8 : 7^3$ dưới dạng một lũy thừa.

Áp dụng công thức, ta có: $7^8 : 7^3 = 7^{8-3} = 7^5$.

- **Ví dụ 2:** Tính giá trị của $10^6 : 10^4$.

Ta có: $10^6 : 10^4 = 10^{6-4} = 10^2 = 10 \cdot 10 = 100$.

- **Ví dụ 3:** Rút gọn biểu thức $5^9 : 5^9$.

Ta có: $5^9 : 5^9 = 5^{9-9} = 5^0$. Theo quy ước, $5^0 = 1$.

4. Các quy ước đặc biệt cần nhớ

Để các phép toán lũy thừa luôn thực hiện được, người ta đưa ra các quy ước sau:

1. Lũy thừa với số mũ 1

Công thức: $a^1 = a$

Giải thích: Lũy thừa bậc 1 của một số bất kỳ bằng chính số đó.

Ví dụ: $2024^1 = 2024; 9^1 = 9$.

2. Lũy thừa với số mũ 0

Công thức: $a^0 = 1$ (với $a \neq 0$)

Giải thích: Lũy thừa bậc 0 của một số bất kỳ khác 0 luôn bằng 1. Quy ước này xuất phát từ phép chia hai lũy thừa bằng nhau: $a^m : a^m = a^{m-m} = a^0$. Mà một số khác 0 chia cho chính nó thì bằng 1, do đó $a^0 = 1$.

Ví dụ: $15^0 = 1$; $999^0 = 1$.

5. Thứ tự thực hiện các phép tính có lũy thừa

Khi một biểu thức có chứa phép nâng lên lũy thừa, ta cần tuân thủ đúng thứ tự thực hiện các phép tính để có kết quả chính xác.

a. Đối với biểu thức không có dấu ngoặc

Thứ tự thực hiện là:

Lũy thừa → Nhân và Chia → Cộng và Trừ

(Thực hiện từ trái sang phải nếu có nhiều phép tính cùng mức ưu tiên)

Ví dụ:

- **Ví dụ 1:** Tính $3 + 2 \cdot 5^2$.

Thực hiện lũy thừa trước: $5^2 = 25$.

Biểu thức trở thành: $3 + 2 \cdot 25$.

Thực hiện phép nhân: $2 \cdot 25 = 50$.

Biểu thức trở thành: $3 + 50$.

Thực hiện phép cộng: $3 + 50 = 53$.

- **Ví dụ 2:** Tính $100 - 80 : 2^3$.

Thực hiện lũy thừa: $2^3 = 8$.

Biểu thức trở thành: $100 - 80 : 8$.

Thực hiện phép chia: $80 : 8 = 10$.

Biểu thức trở thành: $100 - 10$.

Thực hiện phép trừ: $100 - 10 = 90$.

b. Đối với biểu thức có dấu ngoặc

Thứ tự thực hiện là:

Trong ngoặc tròn () → Trong ngoặc vuông [] → Trong ngoặc nhọn { }

Trong mỗi dấu ngoặc, ta vẫn tuân theo thứ tự: Lũy thừa → Nhân và Chia → Cộng và Trừ.

Ví dụ:

- **Ví dụ 1:** Tính $5 \cdot (4 + 3^2)$.

Thực hiện trong ngoặc trước, ưu tiên lũy thừa: $3^2 = 9$.

Trong ngoặc còn: $(4 + 9) = 13$.

Biểu thức trở thành: $5 \cdot 13$.

Thực hiện phép nhân: $5 \cdot 13 = 65$.

- **Ví dụ 2:** Tính $160 : \{120 - [15 + (2^5 - 20)]\}$.

Thực hiện trong ngoặc tròn () trước: $2^5 = 32$, vậy $(32 - 20) = 12$.

Biểu thức trở thành: $160 : \{120 - [15 + 12]\}$.

Thực hiện trong ngoặc vuông []: $[15 + 12] = 27$.

Biểu thức trở thành: $160 : \{120 - 27\}$.

Thực hiện trong ngoặc nhọn { }: $\{120 - 27\} = 93$.

Kết quả cuối cùng: $160 : 93$.

6. Bảng tổng hợp các quy tắc

Phép tính / Quy tắc	Công thức	Diễn giải và Điều kiện
Định nghĩa lũy thừa	$a^n = a \cdot a \cdot \dots \cdot a$	n thừa số a ($n \in \mathbb{N}^*$)
Nhân hai lũy thừa cùng cơ số	$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	Giữ nguyên cơ số, cộng hai số mũ.
Chia hai lũy thừa cùng cơ số	$a^m : a^n = a^{m-n}$	Giữ nguyên cơ số, trừ hai số mũ ($a \neq 0$, $m \geq n$).
Quy ước số mũ 1	$a^1 = a$	Lũy thừa bậc 1 của một số bằng chính nó.
Quy ước số mũ 0	$a^0 = 1$	Lũy thừa bậc 0 của một số khác 0 thì bằng 1 ($a \neq 0$).