

Chuyên đề: Phân thức đại số và ứng dụng trong các công thức Vật lý

Toán học và Vật lý là hai môn khoa học có mối liên hệ chặt chẽ. Nhiều khái niệm và công cụ của Toán học được sử dụng để mô tả và giải thích các hiện tượng Vật lý. Trong chương trình Toán lớp 8, chuyên đề về phân thức đại số là một nội dung quan trọng. Chuyên đề này không chỉ giúp các em rèn luyện kỹ năng biến đổi đại số mà còn là công cụ hữu hiệu để làm việc với các công thức Vật lý. Bài học này sẽ giúp các em củng cố kiến thức về phân thức và khám phá những ứng dụng thú vị của chúng trong thế giới Vật lý.

I. Tổng quan kiến thức về phân thức đại số

1. Định nghĩa phân thức đại số

Phân thức đại số (hay còn gọi là phân thức) là một biểu thức có dạng **A/B** , trong đó A, B là những đa thức và đa thức B khác 0.

- A được gọi là tử thức (tử).
- B được gọi là mẫu thức (mẫu).

Ví dụ:

- $(2x + 1) / (x - 5)$ là một phân thức đại số với điều kiện $x - 5 \neq 0$ hay $x \neq 5$.
- $(3x^2y) / (x + y)$ là một phân thức đại số với điều kiện $x + y \neq 0$.

2. Hai phân thức bằng nhau

Hai phân thức A/B và C/D được gọi là bằng nhau nếu chúng thỏa mãn điều kiện:

$$A/B = C/D \text{ nếu } A.D = B.C$$

Ví dụ:

- Kiểm tra xem $x / (3y)$ và $(2x^2) / (6xy)$ có bằng nhau không? Ta xét tích chéo: $x * (6xy) = 6x^2y$ và $(3y) * (2x^2) = 6x^2y$. Vì hai tích bằng nhau nên hai phân thức bằng nhau.

3. Tính chất cơ bản của phân thức

Tính chất cơ bản của phân thức được dùng để quy đồng mẫu thức hoặc rút gọn phân thức.

- Nhân cả tử và mẫu với cùng một đa thức khác 0: $A/B = (A.M) / (B.M)$ (với M là đa thức khác 0).
- Chia cả tử và mẫu cho một nhân tử chung của chúng: $A/B = (A:N) / (B:N)$ (với N là một nhân tử chung).

Ví dụ 1 (Quy đồng): Quy đồng mẫu thức hai phân thức $1/(x-1)$ và $2/(x+1)$

. Mẫu thức chung là $(x-1)(x+1)$. Ta có:

- $1/(x-1) = (1 * (x+1)) / ((x-1)(x+1)) = (x+1) / (x^2 - 1)$
- $2/(x+1) = (2 * (x-1)) / ((x+1)(x-1)) = (2x-2) / (x^2 - 1)$

Ví dụ 2 (Rút gọn): Rút gọn phân thức $(x^2 - 4) / (x^2 + 2x)$. Ta phân tích tử và mẫu thành nhân tử:

$(x^2 - 4) / (x^2 + 2x) = ((x-2)(x+2)) / (x(x+2))$. Nhân tử chung là $(x+2)$.

Kết quả: $(x-2) / x$.

4. Các phép toán trên phân thức đại số

a. Phép cộng và trừ phân thức

- **Cùng mẫu thức:** $A/M \pm B/M = (A \pm B)/M$
- **Khác mẫu thức:** Ta thực hiện quy đồng mẫu thức rồi cộng (trừ) các tử thức với nhau và giữ nguyên mẫu thức chung.

Ví dụ 1 (Cùng mẫu): $(3x+1)/(x-y) - (x+1)/(x-y) = (3x+1 - (x+1))/(x-y) = (2x)/(x-y)$

Ví dụ 2 (Khác mẫu): $1/x + 2/y$. Mẫu thức chung là xy .

$$1/x + 2/y = y/(xy) + 2x/(xy) = (y+2x)/(xy)$$

b. Phép nhân phân thức

Quy tắc: Muốn nhân hai phân thức, ta nhân các tử thức với nhau, các mẫu thức với nhau.

$$(A/B) \cdot (C/D) = (A \cdot C) / (B \cdot D)$$

Ví dụ: $(x-1)/y \cdot (2y^2)/(x-1) = ((x-1) \cdot 2y^2) / (y \cdot (x-1)) = 2y$ (sau khi rút gọn nhân tử chung là y và $x-1$).

c. Phép chia phân thức

Quy tắc: Muốn chia phân thức A/B cho phân thức C/D khác 0, ta nhân A/B với phân thức nghịch đảo của C/D .

$$(A/B) : (C/D) = (A/B) \cdot (D/C) = (A \cdot D) / (B \cdot C) \text{ (với } C/D \neq 0)$$

Ví dụ: $(x+2)/x : (x^2-4)/x^2 = (x+2)/x \cdot x^2/(x^2-4) = ((x+2) \cdot x^2) / (x \cdot (x-2)(x+2)) = x/(x-2)$.

II. Ứng dụng phân thức đại số vào các công thức Vật lý

Nhiều công thức trong Vật lý có dạng phân thức. Việc nắm vững các phép toán về phân thức đại số giúp chúng ta dễ dàng biến đổi công thức, suy ra các đại lượng chưa biết và giải các bài toán một cách hiệu quả.

1. Công thức Vận tốc - Quãng đường - Thời gian

Trong chuyển động đều, mối quan hệ giữa vận tốc (v), quãng đường (S) và thời gian (t) được biểu diễn bởi các công thức có dạng phân thức.

- **Công thức chính:** $v = S/t$ (Vận tốc bằng quãng đường chia cho thời gian)

- **Biến đổi:**

- Từ $v = S/t$, nhân cả hai vế với t , ta được: $v \cdot t = S$ hay $S = v \cdot t$
- Từ $S = v \cdot t$, chia cả hai vế cho v , ta được: $t = S/v$

Ví dụ 1: Một người đi xe máy trên quãng đường $S = x^2 - 1$ (km) trong khoảng thời gian $t = x - 1$ (giờ), với $x > 1$. Hãy tìm biểu thức tính vận tốc của người đó.

Giải:

Áp dụng công thức $v = S/t$, ta có:

$$v = (x^2 - 1) / (x - 1)$$

Sử dụng hằng đẳng thức để phân tích tử thức: $x^2 - 1 = (x-1)(x+1)$.

$$v = ((x-1)(x+1)) / (x-1) = x+1 \text{ (km/h)}.$$

Vậy, vận tốc của người đó được biểu diễn bằng biểu thức $x+1$ km/h.

Ví dụ 2: Vận tốc của một vật là v (m/s) và quãng đường vật đi được là $S = v^2 + 3v$ (m). Tìm biểu thức tính thời gian t vật đã di chuyển.

Giải:

Áp dụng công thức $t = S/v$, ta có:

$$t = (v^2 + 3v) / v$$

Phân tích tử thức: $v^2 + 3v = v(v+3)$.

$$t = (v(v+3)) / v = v+3 \text{ (giây)}.$$

2. Công thức Khối lượng riêng

Khối lượng riêng (D) của một vật được định nghĩa là khối lượng (m) trên một đơn vị thể tích (V).

- **Công thức chính:** $D = m/V$

- **Biến đổi:**

- Từ $D = m/V$, suy ra công thức tính khối lượng: $m = D.V$
- Từ $m = D.V$, suy ra công thức tính thể tích: $V = m/D$

Ví dụ 1: Một khối vật chất có khối lượng $m = 3x^2 - 3x$ (kg) và có thể tích $V = x-1$ (m^3) với $x > 1$. Tính khối lượng riêng của khối vật chất đó.

Giải:

Áp dụng công thức $D = m/V$, ta có:

$$D = (3x^2 - 3x) / (x-1)$$

Phân tích tử thức: $3x^2 - 3x = 3x(x-1)$.

$$D = (3x(x-1)) / (x-1) = 3x \text{ (kg/m}^3\text{)}.$$

Ví dụ 2: Khối lượng riêng của một chất lỏng là $D = (y+2)/y$ (kg/lít) với $y > 0$. Khối lượng của chất lỏng là $m = y^2 + 2y$ (kg). Tìm biểu thức tính thể tích V của chất lỏng.

Giải:

Áp dụng công thức $V = m/D$, ta có:

$$V = (y^2 + 2y) : ((y+2)/y)$$

Đây là phép chia hai phân thức. Ta nhân với phân thức nghịch đảo:

$$V = (y^2 + 2y) * (y/(y+2)) = (y(y+2) * y) / (y+2) = y^2 \text{ (lít)}.$$

3. Định luật Ôm (Ohm's Law)

Đối với một đoạn mạch điện, định luật Ôm cho thấy mối quan hệ giữa cường độ dòng điện (I), hiệu điện thế (U) và điện trở (R).

- **Công thức chính:** $I = U/R$ (Cường độ dòng điện tỉ lệ thuận với hiệu điện thế và tỉ lệ nghịch với điện trở)

- **Biến đổi:**

- Từ $I = U/R$, suy ra công thức tính hiệu điện thế: $U = I.R$
- Từ $U = I.R$, suy ra công thức tính điện trở: $R = U/I$

Ví dụ 1: Hiệu điện thế giữa hai đầu một điện trở là $U = a^2 - 4b^2$ (V). Cường độ dòng điện chạy qua nó là $I = a - 2b$ (A), với $a > 2b > 0$. Hãy tính điện trở R của đoạn mạch.

Giải:

Áp dụng công thức $R = U/I$, ta có:

$$R = (a^2 - 4b^2) / (a - 2b)$$

Phân tích tử thức theo hằng đẳng thức hiệu hai bình phương: $a^2 - (2b)^2 = (a - 2b)(a + 2b)$.

$$R = ((a - 2b)(a + 2b)) / (a - 2b) = a + 2b \text{ (}\Omega\text{)}.$$

Ví dụ 2: Một dòng điện có cường độ $I = (x+1)/x$ (A) chạy qua một điện trở $R = x^2/(x+1)$ (Ω) với $x > 0$. Tìm biểu thức tính hiệu điện thế U giữa hai đầu điện trở.

Giải:

Áp dụng công thức $U = I \cdot R$, ta có:

$$U = (x+1)/x * x^2/(x+1)$$

Đây là phép nhân hai phân thức:

$$U = ((x+1) * x^2) / (x * (x+1))$$

Rút gọn các nhân tử chung là x và $(x+1)$, ta được:

$$U = x \text{ (V)}.$$

III. Kết luận

Qua các ví dụ trên, chúng ta có thể thấy rằng phân thức đại số không phải là một khái niệm trừu tượng và xa rời thực tế. Ngược lại, nó là một công cụ toán học mạnh mẽ giúp chúng ta mô tả, biến đổi và giải quyết các bài toán trong Vật lý một cách logic và chính xác. Việc thành thạo các phép toán trên phân thức không chỉ giúp các em học tốt môn Toán mà còn mở ra một cách tiếp cận mới mẻ và hiệu quả hơn cho môn Vật lý và nhiều lĩnh vực khoa học khác.