

Chuyên đề: Bội và Ước - Cách Tìm Bội Chung Nhỏ Nhất (BCNN)

Chào các em học sinh! Tài liệu này sẽ giúp các em nắm vững khái niệm và cách tìm Bội chung nhỏ nhất (BCNN) của các số tự nhiên, một kiến thức nền tảng quan trọng trong chương trình Toán lớp 6.

I. Kiến thức cần nhớ

Trước khi đi vào phần chính, chúng ta cùng ôn lại một số khái niệm cơ bản đã học.

1. Bội của một số tự nhiên

- **Định nghĩa:** Nếu có số tự nhiên a chia hết cho số tự nhiên b thì ta nói a là bội của b , còn b là ước của a .
- **Cách tìm bội:** Để tìm bội của một số tự nhiên khác 0, ta nhân số đó lần lượt với 0, 1, 2, 3, ...
- **Ký hiệu tập hợp các bội của a :** $B(a)$
- **Ví dụ 1:** Tìm tập hợp các bội của 5.

Ta lấy 5 nhân lần lượt với 0, 1, 2, 3, 4, ...

$$B(5) = \{5 \times 0, 5 \times 1, 5 \times 2, 5 \times 3, 5 \times 4, \dots\} = \{0, 5, 10, 15, 20, \dots\}$$

- **Ví dụ 2:** Số 24 có phải là bội của 8 không?

Ta thấy 24 chia hết cho 8 ($24 : 8 = 3$), vậy 24 là một bội của 8.

2. Phân tích một số ra thừa số nguyên tố

- **Định nghĩa:** Phân tích một số tự nhiên lớn hơn 1 ra thừa số nguyên tố là viết số đó dưới dạng một tích của các thừa số nguyên tố.
- **Cách làm:** Ta có thể phân tích theo cột dọc hoặc theo sơ đồ cây.
- **Ví dụ:** Phân tích số 60 ra thừa số nguyên tố.

Cách 1: Theo cột dọc

60 | 2 30 | 2 15 | 3 5 | 5 1 |

Vậy $60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$

II. Bội chung và Bội chung nhỏ nhất (BCNN)

1. Bội chung là gì?

- **Định nghĩa:** Một số được gọi là bội chung của hai hay nhiều số nếu nó là bội của tất cả các số đó.
- **Ký hiệu tập hợp các bội chung của a và b:** $BC(a, b)$
- **Công thức:** $x \in BC(a, b)$ nếu $x : a$ và $x : b$
- **Cách tìm:** Để tìm bội chung của các số, ta có thể liệt kê tập hợp bội của từng số rồi tìm các phần tử chung của các tập hợp đó.
- **Ví dụ 1:** Tìm tập hợp bội chung của 4 và 6.

Ta có:

$$B(4) = \{0, 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, \dots\}$$

$$B(6) = \{0, 6, 12, 18, 24, 30, 36, \dots\}$$

Các phần tử chung của $B(4)$ và $B(6)$ là 0, 12, 24, 36, ...

$$\text{Vậy } \mathbf{BC(4, 6) = \{0, 12, 24, 36, \dots\}}$$

- **Ví dụ 2:** Tìm $BC(3, 5, 15)$.

$$B(3) = \{0, 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, \dots\}$$

$$B(5) = \{0, 5, 10, 15, 20, 25, 30, \dots\}$$

$$B(15) = \{0, 15, 30, 45, \dots\}$$

Ta thấy các phần tử chung là 0, 15, 30, ...

$$\text{Vậy } \mathbf{BC(3, 5, 15) = \{0, 15, 30, \dots\}}$$

2. Bội chung nhỏ nhất (BCNN)

- **Định nghĩa:** Bội chung nhỏ nhất (BCNN) của hai hay nhiều số là số nhỏ nhất khác 0 trong tập hợp các bội chung của các số đó.

- **Ký hiệu:** $BCNN(a, b)$

- **Ví dụ:** Từ ví dụ trên, ta có $BC(4, 6) = \{0, 12, 24, 36, \dots\}$.

Số nhỏ nhất khác 0 trong tập hợp này là 12.

$$\text{Vậy } \mathbf{BCNN(4, 6) = 12}.$$

- **Nhận xét quan trọng:** Mọi bội chung của các số đều là bội của BCNN của chúng.

$$\text{Tức là: } BC(a, b) = B(BCNN(a, b)).$$

Ví dụ: $BC(4, 6) = \{0, 12, 24, 36, \dots\}$ chính là $B(12)$.

III. Cách tìm Bội chung nhỏ nhất (BCNN)

Việc liệt kê các bội chung để tìm BCNN sẽ rất khó khăn khi làm việc với các số lớn. Do đó, chúng ta sử dụng phương pháp hiệu quả hơn là phân tích các số ra thừa số nguyên tố.

Quy tắc tìm BCNN qua phân tích ra thừa số nguyên tố

Để tìm BCNN của hai hay nhiều số lớn hơn 1, ta thực hiện theo 3 bước sau:

1. **Bước 1:** Phân tích mỗi số ra thừa số nguyên tố.
2. **Bước 2:** Chọn ra các thừa số nguyên tố chung và riêng.
3. **Bước 3:** Lập tích các thừa số đã chọn, mỗi thừa số lấy với số mũ lớn nhất của nó. Tích đó chính là BCNN cần tìm.

Ví dụ minh họa

Ví dụ 1: Tìm $BCNN(12, 18)$.

- **Bước 1:** Phân tích các số ra thừa số nguyên tố.

$$12 = 2 \times 6 = 2 \times 2 \times 3 = \mathbf{2^2 \cdot 3}$$

$$18 = 2 \times 9 = 2 \times 3 \times 3 = \mathbf{2 \cdot 3^2}$$

- **Bước 2:** Chọn các thừa số nguyên tố chung và riêng.

Thừa số nguyên tố chung là 2 và 3. Không có thừa số riêng.

- **Bước 3:** Lập tích với số mũ lớn nhất.

Với thừa số 2, số mũ lớn nhất là 2 (trong 2^2).

Với thừa số 3, số mũ lớn nhất là 2 (trong 3^2).

$$\text{Vậy } \text{BCNN}(12, 18) = 2^2 \cdot 3^2 = 4 \cdot 9 = \mathbf{36}.$$

Ví dụ 2: Tìm $\text{BCNN}(8, 9, 21)$.

- **Bước 1:** Phân tích các số ra thừa số nguyên tố.

$$8 = 2^3$$

$$9 = 3^2$$

$$21 = 3 \cdot 7$$

- **Bước 2:** Chọn các thừa số nguyên tố chung và riêng.

Các thừa số nguyên tố xuất hiện là 2, 3, và 7.

- **Bước 3:** Lập tích với số mũ lớn nhất.

Với thừa số 2, số mũ lớn nhất là 3 (trong 2^3).

Với thừa số 3, số mũ lớn nhất là 2 (trong 3^2).

Với thừa số 7, số mũ lớn nhất là 1 (trong 7^1).

$$\text{Vậy } \text{BCNN}(8, 9, 21) = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 7 = 8 \cdot 9 \cdot 7 = \mathbf{504}.$$

IV. Các trường hợp đặc biệt

Nắm vững các trường hợp đặc biệt sau sẽ giúp các em tìm BCNN nhanh hơn rất nhiều.

Trường hợp	Công thức	Giải thích	Ví dụ
1. Một số chia hết cho các số còn lại	Nếu $a \div b$ và $a \div c$ thì $BCNN(a, b, c) = a$	Số lớn nhất (a) đã là bội của chính nó và cũng là bội của các số còn lại. Vì vậy, nó chính là bội chung nhỏ nhất.	$BCNN(24, 6) = 24$ (vì $24 \div 6$) $BCNN(48, 12, 16) = 48$ (vì $48 \div 12$ và $48 \div 16$)
2. Các số nguyên tố cùng nhau	Nếu a, b, c đôi một nguyên tố cùng nhau thì $BCNN(a, b, c) = a \cdot b \cdot c$	Khi các số không có thừa số nguyên tố chung nào, BCNN của chúng chính là tích của chúng.	$BCNN(8, 9) = 8 \cdot 9 = 72$ (vì $ƯCLN(8,9)=1$) $BCNN(5, 7, 11) = 5 \cdot 7 \cdot 11 = 385$ (vì 5, 7, 11 là các số nguyên tố)

V. Mối quan hệ giữa ƯCLN và BCNN

Có một công thức rất hữu ích liên hệ giữa Ước chung lớn nhất (ƯCLN) và Bội chung nhỏ nhất (BCNN) của hai số tự nhiên a và b.

- **Công thức:** $ƯCLN(a, b) \cdot BCNN(a, b) = a \cdot b$
- **Ứng dụng:** Nếu biết một trong hai giá trị (ƯCLN hoặc BCNN), ta có thể dễ dàng tìm được giá trị còn lại.

- **Ví dụ:** Tìm BCNN(40, 60) biết rằng ƯCLN(40, 60) = 20.

Áp dụng công thức, ta có:

$$\text{ƯCLN}(40, 60) \cdot \text{BCNN}(40, 60) = 40 \cdot 60$$

$$20 \cdot \text{BCNN}(40, 60) = 2400$$

$$\text{BCNN}(40, 60) = 2400 : 20 = 120$$

Vậy **BCNN(40, 60) = 120**.

VI. Ứng dụng của BCNN trong giải toán

BCNN có nhiều ứng dụng quan trọng, đặc biệt là trong các bài toán về phân số và các bài toán thực tế.

1. Quy đồng mẫu số các phân số

Để quy đồng mẫu số nhiều phân số, ta thường chọn mẫu số chung là BCNN của các mẫu số. Đây được gọi là cách tìm mẫu số chung nhỏ nhất.

- **Ví dụ:** Quy đồng mẫu số hai phân số $\frac{5}{12}$ và $\frac{7}{18}$.

Bước 1: Tìm mẫu số chung nhỏ nhất bằng cách tìm BCNN(12, 18).

Như đã tính ở trên, BCNN(12, 18) = 36.

Bước 2: Tìm thừa số phụ.

Thừa số phụ của 12 là: $36 : 12 = 3$.

Thừa số phụ của 18 là: $36 : 18 = 2$.

Bước 3: Nhân cả tử và mẫu của mỗi phân số với thừa số phụ tương ứng.

$$5/12 = (5 \times 3) / (12 \times 3) = 15/36$$

$$7/18 = (7 \times 2) / (18 \times 2) = 14/36$$

Vậy, ta đã quy đồng thành công hai phân số về cùng mẫu số 36.

2. Giải các bài toán thực tế

Các bài toán có yếu tố chu kỳ, lặp lại hoặc yêu cầu tìm một số nhỏ nhất cùng chia hết cho nhiều số khác nhau thường được giải bằng cách tìm BCNN.

- **Ví dụ:** Ba bạn An, Bình, Cường cùng học một trường nhưng ở ba lớp khác nhau. An cứ 10 ngày lại trực nhật, Bình cứ 12 ngày lại trực nhật, Cường cứ 15 ngày lại trực nhật. Lần đầu cả ba bạn cùng trực nhật vào một ngày. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu ngày thì cả ba bạn lại cùng trực nhật?
- **Phân tích:** Số ngày để cả ba bạn cùng trực nhật phải là một số chia hết cho cả 10, 12 và 15. Vì câu hỏi yêu cầu "sau ít nhất bao nhiêu ngày", nên ta cần tìm số nhỏ nhất khác 0 chia hết cho cả ba số này. Đó chính là BCNN(10, 12, 15).
- **Giải:**

Ta cần tìm BCNN(10, 12, 15).

Phân tích ra thừa số nguyên tố:

$$10 = 2 \cdot 5$$

$$12 = 2^2 \cdot 3$$

$$15 = 3 \cdot 5$$

$$\text{BCNN}(10, 12, 15) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 4 \cdot 3 \cdot 5 = 60.$$

Trả lời: Vậy sau ít nhất 60 ngày thì cả ba bạn lại cùng trực nhật.

VIDOCU.COM