

I. Tập hợp số nguyên (Z)

1. Số nguyên âm và số nguyên dương

Trong thực tế, bên cạnh các số tự nhiên (0, 1, 2, 3,...), người ta còn dùng các số với dấu "-" đằng trước như -1, -2, -3,... để biểu thị các đại lượng dưới mức 0 (ví dụ: nhiệt độ dưới 0°C, tiền nợ,...).

- Các số tự nhiên khác 0 (1, 2, 3, ...) được gọi là **số nguyên dương**.
- Các số -1, -2, -3, ... được gọi là **số nguyên âm**.
- Số 0 không phải là số nguyên âm cũng không phải là số nguyên dương.

Tập hợp gồm các số nguyên âm, số 0 và các số nguyên dương được gọi là **tập hợp số nguyên**, ký hiệu là **Z**.

$$\mathbf{Z = \{..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...\}}$$

2. Trục số

Trục số là một đường thẳng trên đó ta biểu diễn các số nguyên. Điểm 0 là gốc. Các số nguyên dương được biểu diễn bên phải điểm 0, các số nguyên âm được biểu diễn bên trái điểm 0.

Trục số nguyên

3. Số đối của một số nguyên

Trên trục số, hai số nguyên ở hai phía của điểm 0 và cách đều điểm 0 được gọi là hai số đối nhau.

- Số đối của số nguyên a là $-a$.
- Số đối của số 0 là 0 .

Ví dụ:

- Số đối của 5 là -5 .
- Số đối của -9 là $-(-9) = 9$.

4. Giá trị tuyệt đối của một số nguyên

Giá trị tuyệt đối của một số nguyên a , ký hiệu là $|a|$, là khoảng cách từ điểm a đến điểm 0 trên trục số.

- $|a| = a$ nếu $a \geq 0$
- $|a| = -a$ nếu $a < 0$
- Giá trị tuyệt đối của một số luôn là một số không âm: $|a| \geq 0$ với mọi a .

Ví dụ:

- $|8| = 8$
- $|-15| = 15$
- $|0| = 0$

II. So sánh các số nguyên

Khi so sánh hai số nguyên, ta có thể dựa vào vị trí của chúng trên trục số hoặc các quy tắc sau:

1. Số nguyên dương luôn lớn hơn số 0 và lớn hơn số nguyên âm.

2. Số nguyên âm luôn nhỏ hơn số 0.

3. Để so sánh hai số nguyên âm, ta so sánh giá trị tuyệt đối của chúng: số nào có giá trị tuyệt đối lớn hơn thì số đó nhỏ hơn.

Ví dụ:

- $5 > 0$; $5 > -10$
- $-7 < 0$
- Vì $|-8| > |-3|$ (tức là $8 > 3$) nên $-8 < -3$.

III. Các phép toán với số nguyên

1. Phép cộng số nguyên

a. Cộng hai số nguyên cùng dấu

Quy tắc:

- Cộng hai số nguyên dương: Chính là cộng hai số tự nhiên.
- Cộng hai số nguyên âm: Ta cộng hai giá trị tuyệt đối của chúng rồi đặt dấu "-" trước kết quả. **$(-a) + (-b) = -(a + b)$**

Ví dụ:

- $(+12) + (+8) = 12 + 8 = 20$
- $(-7) + (-5) = -(7 + 5) = -12$

b. Cộng hai số nguyên khác dấu

Quy tắc:

- Hai số đối nhau có tổng bằng 0: **$a + (-a) = 0$**

- Để cộng hai số nguyên khác dấu không đối nhau, ta tìm hiệu hai giá trị tuyệt đối (số lớn trừ số nhỏ) rồi đặt trước kết quả dấu của số có giá trị tuyệt đối lớn hơn.

Ví dụ:

- $(-15) + (+10)$: Ta có $|-15| > |+10|$. Kết quả sẽ mang dấu "-". Ta lấy $15 - 10 = 5$. Vậy $(-15) + 10 = -5$.
- $(+20) + (-8)$: Ta có $|+20| > |-8|$. Kết quả sẽ mang dấu "+". Ta lấy $20 - 8 = 12$. Vậy $20 + (-8) = 12$.

2. Phép trừ số nguyên

Quy tắc: Muốn trừ số nguyên a cho số nguyên b, ta cộng a với số đối của b.

Công thức: $a - b = a + (-b)$

Ví dụ:

- $5 - 9 = 5 + (-9) = -4$
- $(-10) - 7 = (-10) + (-7) = -17$
- $(-3) - (-8) = (-3) + 8 = 5$

3. Phép nhân số nguyên

a. Nhân hai số nguyên khác dấu

Quy tắc: Tích của hai số nguyên khác dấu là một số nguyên âm. Ta nhân hai giá trị tuyệt đối của chúng rồi đặt dấu "-" trước kết quả.

Ví dụ:

- $(-5) \cdot 7 = -(5 \cdot 7) = -35$
- $8 \cdot (-6) = -(8 \cdot 6) = -48$

b. Nhân hai số nguyên cùng dấu

Quy tắc:

- Tích của hai số nguyên dương là một số nguyên dương.
- Tích của hai số nguyên âm là một số nguyên dương. Ta nhân hai giá trị tuyệt đối của chúng.

Ví dụ:

- $6 \cdot 4 = 24$
- $(-9) \cdot (-3) = 9 \cdot 3 = 27$

Bảng tóm tắt dấu của tích:

Thừa số thứ nhất	Thừa số thứ hai	Dấu của tích
(+)	(+)	(+)
(-)	(-)	(+)
(+)	(-)	(-)
(-)	(+)	(-)

4. Phép chia hết trong tập hợp số nguyên

Quy tắc về dấu của thương tương tự như quy tắc về dấu của tích.

Bảng tóm tắt dấu của thương:

Số bị chia	Số chia	Dấu của thương
(+)	(+)	(+)
(-)	(-)	(+)
(+)	(-)	(-)
(-)	(+)	(-)

Ví dụ:

- $(-36) : 9 = -4$
- $(-45) : (-5) = 9$
- $28 : (-7) = -4$

5. Tính chất của các phép toán

- **Tính chất giao hoán:** $a + b = b + a$; $a \cdot b = b \cdot a$
- **Tính chất kết hợp:** $(a + b) + c = a + (b + c)$; $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$
- **Cộng với số 0:** $a + 0 = a$
- **Nhân với số 1:** $a \cdot 1 = a$
- **Tính chất phân phối của phép nhân đối với phép cộng:** $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$

IV. Quy tắc dấu ngoặc

Quy tắc dấu ngoặc dùng để bỏ dấu ngoặc trong các biểu thức có các phép tính cộng, trừ.

1. Khi trước dấu ngoặc là dấu "+"

Quy tắc: Khi bỏ dấu ngoặc có dấu "+" đằng trước, ta giữ nguyên dấu của các số hạng trong ngoặc.

Công thức: $a + (b - c) = a + b - c$

Ví dụ:

- $10 + (5 - 12) = 10 + 5 - 12 = 15 - 12 = 3$
- $-8 + (-4 + 9) = -8 - 4 + 9 = -12 + 9 = -3$

2. Khi trước dấu ngoặc là dấu "-"

Quy tắc: Khi bỏ dấu ngoặc có dấu "-" đằng trước, ta phải đổi dấu tất cả các số hạng trong ngoặc: dấu "+" thành dấu "-" và dấu "-" thành dấu "+".

Công thức: $a - (b - c + d) = a - b + c - d$

Ví dụ:

- $15 - (7 - 10) = 15 - 7 + 10 = 8 + 10 = 18$
- $-6 - (-2 + 5) = -6 + 2 - 5 = -4 - 5 = -9$

V. Thứ tự thực hiện các phép tính

Đối với biểu thức không có dấu ngoặc:

Lũy thừa → Nhân và Chia → Cộng và Trừ (thực hiện từ trái sang phải)

Đối với biểu thức có dấu ngoặc:

Ngoặc tròn () → Ngoặc vuông [] → Ngoặc nhọn { }

Ví dụ:

Tính giá trị biểu thức: $A = (-5) \cdot 4 - [12 - (15 - 20)]$

1. Tính trong ngoặc tròn: $15 - 20 = -5$
2. Biểu thức trở thành: $A = (-5) \cdot 4 - [12 - (-5)]$
3. Tính trong ngoặc vuông: $12 - (-5) = 12 + 5 = 17$
4. Biểu thức trở thành: $A = (-5) \cdot 4 - 17$
5. Thực hiện phép nhân: $(-5) \cdot 4 = -20$
6. Biểu thức trở thành: $A = -20 - 17$
7. Thực hiện phép trừ: $-20 - 17 = -37$

Vậy $A = -37$.