

Tổng hợp kiến thức chuyên đề Số nguyên tố

Đây là tài liệu ôn tập toàn diện, cung cấp cho các em học sinh lớp 6 những kiến thức nền tảng và quan trọng nhất về số nguyên tố, hợp số và các ứng dụng liên quan.

I. Số nguyên tố và Hợp số

1. Định nghĩa Số nguyên tố

Định nghĩa: Số nguyên tố là số tự nhiên lớn hơn 1, chỉ có hai ước là 1 và chính nó.

Giải thích: Điều này có nghĩa là một số nguyên tố không thể chia hết cho bất kỳ số nào khác ngoài số 1 và chính bản thân nó. Nếu một số tự nhiên lớn hơn 1 mà chỉ có đúng hai ước, nó được gọi là số nguyên tố.

- **Ví dụ 1:** Số 5 là một số nguyên tố. Vì 5 chỉ chia hết cho 1 và 5. Các ước của 5 là $\{1, 5\}$.
- **Ví dụ 2:** Số 13 là một số nguyên tố. Vì 13 chỉ chia hết cho 1 và 13. Các ước của 13 là $\{1, 13\}$.
- **Ví dụ 3:** Số 2 là số nguyên tố. Vì 2 chỉ chia hết cho 1 và 2. Đây là số nguyên tố nhỏ nhất và cũng là số nguyên tố chẵn duy nhất.

2. Định nghĩa Hợp số

Định nghĩa: Hợp số là số tự nhiên lớn hơn 1, có nhiều hơn hai ước.

Giải thích: Ngược lại với số nguyên tố, hợp số là những số tự nhiên lớn hơn 1 mà ngoài ước là 1 và chính nó, nó còn có ít nhất một ước khác.

- **Ví dụ 1:** Số 6 là một hợp số. Vì ngoài 1 và 6, số 6 còn chia hết cho 2 và 3. Các ước của 6 là {1, 2, 3, 6}.
- **Ví dụ 2:** Số 9 là một hợp số. Vì ngoài 1 và 9, số 9 còn chia hết cho 3. Các ước của 9 là {1, 3, 9}.
- **Ví dụ 3:** Số 15 là một hợp số. Vì ngoài 1 và 15, số 15 còn chia hết cho 3 và 5. Các ước của 15 là {1, 3, 5, 15}.

3. Chú ý quan trọng

- Số 0 và số 1 **không phải** là số nguyên tố và cũng **không phải** là hợp số.
- Số 2 là số nguyên tố chẵn **duy nhất**. Tất cả các số nguyên tố khác đều là số lẻ.
- Tập hợp các số nguyên tố là vô hạn, không có số nguyên tố lớn nhất.

II. Cách nhận biết một số là số nguyên tố

1. Phương pháp kiểm tra

Quy tắc: Để kiểm tra một số tự nhiên $n > 1$ có phải là số nguyên tố hay không, ta lần lượt chia n cho các số nguyên tố bắt đầu từ số nhỏ nhất (2, 3, 5, 7, 11, ...).

1. Nếu n chia hết cho một trong các số nguyên tố đó, ta kết luận n là hợp số.
2. Nếu ta chia cho đến số nguyên tố p mà ta có $p^2 > n$ mà n vẫn không chia hết cho số nguyên tố nào trước đó, ta kết luận n là số nguyên tố.

Giải thích: Ta chỉ cần kiểm tra các ước nguyên tố của n . Nếu n có một ước là d , thì $n = d * k$. Nếu $d \leq k$, thì $d^2 \leq d * k = n$. Do đó, nếu n là hợp số, nó phải có một ước nguyên tố p không vượt quá $\sqrt{n}$. Đây là lý do ta chỉ cần kiểm tra đến khi $p^2 > n$.

• **Ví dụ 1:** Xét số 47 có phải là số nguyên tố không?

- Ta thấy 47 không chia hết cho 2 (vì là số lẻ).
- Tổng các chữ số $4 + 7 = 11$, không chia hết cho 3, nên 47 không chia hết cho 3.
- Tận cùng là 7, nên 47 không chia hết cho 5.
- Tiếp tục với số nguyên tố 7: 47 chia 7 được 6 dư 5. Vậy 47 không chia hết cho 7.
- Số nguyên tố tiếp theo là 11. Ta có $11^2 = 121$. Vì $121 > 47$ nên ta dừng lại.
- Kết luận: 47 là số nguyên tố.

• **Ví dụ 2:** Xét số 91 có phải là số nguyên tố không?

- 91 không chia hết cho 2, 3, 5.
- Chia cho 7: $91 : 7 = 13$. Vậy 91 chia hết cho 7.
- Kết luận: 91 là hợp số (vì có ước là 7 và 13).

2. Bảng các số nguyên tố nhỏ hơn 100

Việc ghi nhớ các số nguyên tố nhỏ thường gặp sẽ giúp các em giải toán nhanh hơn. Dưới đây là bảng các số nguyên tố nhỏ hơn 100:

2	3	5	7	11
13	17	19	23	29
31	37	41	43	47
53	59	61	67	71
73	79	83	89	97

III. Phân tích một số ra thừa số nguyên tố

1. Định nghĩa

Khái niệm: Phân tích một số tự nhiên lớn hơn 1 ra thừa số nguyên tố là viết số đó dưới dạng một tích của các thừa số nguyên tố.

Giải thích: Mọi hợp số đều có thể được biểu diễn một cách duy nhất (không kể thứ tự các thừa số) dưới dạng tích của các số nguyên tố. Cách viết này gọi là dạng phân tích ra thừa số nguyên tố của số đó.

- **Ví dụ:** Phân tích số 12 ra thừa số nguyên tố. Ta có $12 = 2 \times 6 = 2 \times 2 \times 3$.

Viết gọn dưới dạng lũy thừa là $12 = 2^2 \times 3$.

2. Các phương pháp phân tích

a. Phân tích theo cột dọc

Đây là phương pháp phổ biến và có hệ thống. Ta thực hiện chia số cần phân tích cho các số nguyên tố theo thứ tự từ nhỏ đến lớn cho đến khi thương bằng 1.

- **Ví dụ:** Phân tích số 84 ra thừa số nguyên tố.

84 | 2 42 | 2 21 | 3 7 | 7 1 |

Vậy, dạng phân tích ra thừa số nguyên tố của 84 là: **$84 = 2 \times 2 \times 3 \times 7 = 2^2 \times 3 \times 7$** .

b. Phân tích theo sơ đồ cây

Phương pháp này trực quan hơn, ta tách số cần phân tích thành tích của hai thừa số bất kỳ, rồi tiếp tục tách các thừa số là hợp số cho đến khi tất cả các "nhánh cây" đều là số nguyên tố.

- **Ví dụ:** Phân tích số 40 ra thừa số nguyên tố.

Ta có thể bắt đầu bằng nhiều cách:

Cách 1: $40 = 4 \times 10$. Sau đó phân tích tiếp $4 = 2 \times 2$ và $10 = 2 \times 5$. Kết quả cuối cùng ở các "lá" là 2, 2, 2, 5.

Cách 2: $40 = 5 \times 8$. Sau đó phân tích tiếp $8 = 2 \times 4$, và $4 = 2 \times 2$. Kết quả cuối cùng ở các "lá" là 5, 2, 2, 2.

Dù bắt đầu theo cách nào, kết quả cuối cùng vẫn là: **$40 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 = 2^3 \times 5$** .

IV. Ứng dụng của phân tích ra thừa số nguyên tố

1. Tìm số lượng các ước của một số

Công thức: Nếu số A được phân tích thành $A = a^x \cdot b^y \cdot c^z \cdot \dots$ (với a, b, c là các số nguyên tố), thì số lượng các ước của A được tính bằng $(x + 1)(y + 1)(z + 1)\dots$

• **Ví dụ:** Tìm số lượng các ước của số 90.

1. Phân tích 90 ra thừa số nguyên tố: $90 = 9 \times 10 = (3 \times 3) \times (2 \times 5) = 2^1 \times 3^2 \times 5^1$.
2. Áp dụng công thức với các số mũ là 1, 2, 1.
3. Số lượng ước của 90 là: $(1 + 1) \times (2 + 1) \times (1 + 1) = 2 \times 3 \times 2 = 12$ (ước).
4. *Kiểm tra:* Các ước của 90 là $\{1, 2, 3, 5, 6, 9, 10, 15, 18, 30, 45, 90\}$. Đúng là có 12 ước.

2. Tìm Ước chung lớn nhất (ƯCLN)

Để tìm ƯCLN của hai hay nhiều số, ta thực hiện theo các bước sau:

1. **Bước 1:** Phân tích mỗi số ra thừa số nguyên tố.
2. **Bước 2:** Chọn ra các thừa số nguyên tố **chung**.
3. **Bước 3:** Lập tích các thừa số đã chọn, mỗi thừa số lấy với **số mũ nhỏ nhất** của nó. Tích đó là ƯCLN cần tìm.

• **Ví dụ:** Tìm ƯCLN(36, 84).

1. Phân tích: $36 = 2^2 \times 3^2$; $84 = 2^2 \times 3 \times 7$.
2. Thừa số nguyên tố chung là 2 và 3.
3. Số mũ nhỏ nhất của 2 là 2. Số mũ nhỏ nhất của 3 là 1.
4. Vậy, $ƯCLN(36, 84) = 2^2 \times 3^1 = 4 \times 3 = 12$.

3. Tìm Bội chung nhỏ nhất (BCNN)

Để tìm BCNN của hai hay nhiều số, ta thực hiện theo các bước sau:

1. **Bước 1:** Phân tích mỗi số ra thừa số nguyên tố.
2. **Bước 2:** Chọn ra các thừa số nguyên tố **chung và riêng**.
3. **Bước 3:** Lập tích các thừa số đã chọn, mỗi thừa số lấy với **số mũ lớn nhất** của nó. Tích đó là BCNN cần tìm.

• **Ví dụ:** Tìm BCNN(36, 84).

1. Phân tích: $36 = 2^2 \times 3^2$; $84 = 2^2 \times 3 \times 7$.
2. Thừa số nguyên tố chung và riêng là 2, 3, và 7.
3. Số mũ lớn nhất của 2 là 2. Số mũ lớn nhất của 3 là 2. Số mũ lớn nhất của 7 là 1.
4. Vậy, $BCNN(36, 84) = 2^2 \times 3^2 \times 7^1 = 4 \times 9 \times 7 = 252$.

V. Bài tập vận dụng (có lời giải)

Bài 1: Nhận biết số nguyên tố, hợp số

Đề bài: Trong các số sau, số nào là số nguyên tố, số nào là hợp số? Tại sao?

Các số: 27, 41, 51, 79.

Lời giải:

- **Số 27:** Ta có $27 = 3 \times 9$. Ngoài ước là 1 và 27, nó còn có ước là 3 và 9. Vậy **27 là hợp số**.
- **Số 41:** Ta kiểm tra: 41 không chia hết cho 2, 3, 5. Số nguyên tố tiếp theo là 7, ta có $7^2 = 49 > 41$ nên dừng lại. Vậy **41 là số nguyên tố**.
- **Số 51:** Ta thấy tổng các chữ số là $5 + 1 = 6$, chia hết cho 3. Vậy 51 chia hết cho 3. Do đó, **51 là hợp số**. (Cụ thể $51 = 3 \times 17$).
- **Số 79:** Ta kiểm tra: 79 không chia hết cho 2, 3, 5, 7. Số nguyên tố tiếp theo là 11, ta có $11^2 = 121 > 79$ nên dừng lại. Vậy **79 là số nguyên tố**.

Bài 2: Phân tích ra thừa số nguyên tố

Đề bài: Phân tích số 180 ra thừa số nguyên tố bằng cả hai cách (cột dọc và sơ đồ cây).

Lời giải:

Cách 1: Cột dọc

180 | 2 90 | 2 45 | 3 15 | 3 5 | 5 1 |

Kết quả: **$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$** .

Cách 2: Sơ đồ cây

$$180 \rightarrow 10 \times 18 \rightarrow (2 \times 5) \times (2 \times 9) \rightarrow (2 \times 5) \times (2 \times 3 \times 3)$$

Tập hợp các thừa số nguyên tố ở cuối các nhánh là $\{2, 5, 2, 3, 3\}$.

Kết quả: $180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$.

Bài 3: Tìm ƯCLN và BCNN

Đề bài: Tìm ƯCLN và BCNN của ba số: 24, 36 và 60.

Lời giải:

1. Phân tích ra thừa số nguyên tố:

- $24 = 8 \times 3 = 2^3 \times 3$
- $36 = 4 \times 9 = 2^2 \times 3^2$
- $60 = 6 \times 10 = (2 \times 3) \times (2 \times 5) = 2^2 \times 3 \times 5$

2. Tìm ƯCLN(24, 36, 60):

- Thừa số chung: 2 và 3.
- Số mũ nhỏ nhất của 2 là 2. Số mũ nhỏ nhất của 3 là 1.
- $\text{ƯCLN}(24, 36, 60) = 2^2 \times 3^1 = 4 \times 3 = \mathbf{12}$.

3. Tìm BCNN(24, 36, 60):

- Thừa số chung và riêng: 2, 3, và 5.
- Số mũ lớn nhất của 2 là 3. Số mũ lớn nhất của 3 là 2. Số mũ lớn nhất của 5 là 1.
- $\text{BCNN}(24, 36, 60) = 2^3 \times 3^2 \times 5^1 = 8 \times 9 \times 5 = \mathbf{360}$.