

Giới thiệu: Khám phá thế giới của sự ngẫu nhiên

Chào các em! Có bao giờ các em tự hỏi khi chơi cờ cá ngựa, tại sao có lúc mình gieo được mặt 6 chấm rất dễ dàng, nhưng có lúc lại chờ mãi không thấy? Toán học có thể giúp chúng ta giải thích điều này qua một khái niệm rất thú vị gọi là "xác suất". Trong bài học hôm nay, chúng ta sẽ cùng nhau làm quen với **xác suất thực nghiệm** thông qua một trò chơi đơn giản và quen thuộc: gieo xúc xắc. Chúng ta sẽ học cách dùng số liệu thu thập được từ thực tế để dự đoán khả năng xảy ra của một sự việc.

I. Các khái niệm cơ bản cần nắm vững

Trước khi tính toán, chúng ta cần hiểu rõ một vài thuật ngữ quan trọng.

1. Phép thử ngẫu nhiên (Thí nghiệm)

Đây là một hành động hoặc một thí nghiệm mà chúng ta không thể biết trước chính xác kết quả của nó, mặc dù chúng ta biết tất cả các kết quả có thể xảy ra.

- **Ví dụ 1:** Gieo một con xúc xắc 6 mặt là một phép thử ngẫu nhiên. Ta không biết chắc chắn mặt nào sẽ xuất hiện, nhưng ta biết nó phải là một trong các số từ 1 đến 6.
- **Ví dụ 2:** Tung một đồng xu. Ta không biết sẽ nhận được mặt sấp hay mặt ngửa.

2. Kết quả có thể xảy ra (Không gian mẫu)

Đây là tập hợp tất cả các kết quả có thể có của một phép thử ngẫu nhiên.

- **Ví dụ 1:** Với phép thử gieo một con xúc xắc 6 mặt, tập hợp các kết quả có thể xảy ra là $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.
- **Ví dụ 2:** Với phép thử tung một đồng xu, tập hợp các kết quả có thể xảy ra là $\{\text{Sấp}, \text{Ngửa}\}$.

3. Biến cố (Sự kiện)

Biến cố là một kết quả hoặc một tập hợp các kết quả mà chúng ta đang quan tâm trong một phép thử ngẫu nhiên.

- **Ví dụ 1:** Trong phép thử gieo xúc xắc, biến cố A: "Gieo được mặt 5 chấm". Kết quả thuận lợi cho biến cố A là $\{5\}$.
- **Ví dụ 2:** Biến cố B: "Gieo được mặt có số chấm là số chẵn". Các kết quả thuận lợi cho biến cố B là $\{2, 4, 6\}$.
- **Ví dụ 3:** Biến cố C: "Gieo được mặt có số chấm lớn hơn 4". Các kết quả thuận lợi cho biến cố C là $\{5, 6\}$.

II. Xác suất thực nghiệm của một biến cố

Đây là phần trọng tâm của bài học. Xác suất thực nghiệm cho chúng ta biết tỉ lệ số lần một biến cố xảy ra trong thực tế khi chúng ta lặp đi lặp lại một phép thử nhiều lần.

Công thức tính xác suất thực nghiệm

Xác suất thực nghiệm của một biến cố A, ký hiệu là $P(A)$, được tính bằng tỉ số giữa số lần biến cố A xảy ra và tổng số lần thực hiện phép thử.

$$P(A) = (\text{Số lần biến cố A xảy ra}) / (\text{Tổng số lần thực hiện phép thử})$$

Ví dụ minh họa: Trò chơi gieo xúc xắc

Bạn An thực hiện một thí nghiệm: gieo một con xúc xắc 6 mặt cân đối **60 lần** và ghi lại kết quả vào bảng sau:

Mặt xúc xắc	1 chấm	2 chấm	3 chấm	4 chấm	5 chấm	6 chấm
Số lần xuất hiện	9	11	8	12	10	10

Dựa vào bảng kết quả trên, chúng ta hãy cùng tính xác suất thực nghiệm của một vài biến cố.

1. **Ví dụ 1: Tính xác suất thực nghiệm của biến cố E: "Gieo được mặt 4 chấm".**
 - Số lần biến cố E xảy ra (gieo được mặt 4 chấm): 12 lần.
 - Tổng số lần thực hiện phép thử (tổng số lần gieo): 60 lần.
 - Áp dụng công thức: $P(E) = 12 / 60 = 1/5 = 0.2$.
 - Vậy, xác suất thực nghiệm để gieo được mặt 4 chấm trong thí nghiệm này là 1/5 hoặc 20%.
2. **Ví dụ 2: Tính xác suất thực nghiệm của biến cố F: "Gieo được mặt có số chấm là số lẻ".**

- Các mặt có số chấm là số lẻ gồm: 1 chấm, 3 chấm, 5 chấm.
- Số lần biến cố F xảy ra = (số lần ra mặt 1) + (số lần ra mặt 3) + (số lần ra mặt 5) = $9 + 8 + 10 = 27$ lần.
- Tổng số lần thực hiện phép thử: 60 lần.
- Áp dụng công thức: $P(F) = 27 / 60 = 9/20 = 0.45$.
- Vậy, xác suất thực nghiệm để gieo được mặt lẻ là $9/20$ hoặc 45%.

3. Ví dụ 3: Tính xác suất thực nghiệm của biến cố G: "Gieo được mặt có số chấm lớn hơn hoặc bằng 5".

- Các mặt có số chấm lớn hơn hoặc bằng 5 là: 5 chấm, 6 chấm.
- Số lần biến cố G xảy ra = (số lần ra mặt 5) + (số lần ra mặt 6) = $10 + 10 = 20$ lần.
- Tổng số lần thực hiện phép thử: 60 lần.
- Áp dụng công thức: $P(G) = 20 / 60 = 1/3 \approx 0.333$.
- Vậy, xác suất thực nghiệm để gieo được mặt từ 5 chấm trở lên là khoảng 33.3%.

III. So sánh Xác suất thực nghiệm và Xác suất lý thuyết

Khi nói về xúc xắc, các em có thể nghĩ rằng "mỗi mặt có khả năng ra như nhau, là $1/6$ ". Suy nghĩ đó chính là về **xác suất lý thuyết**. Vậy nó khác gì với xác suất thực nghiệm chúng ta vừa học?

1. Xác suất lý thuyết là gì?

Xác suất lý thuyết được tính toán dựa trên lý luận, giả định rằng tất cả các kết quả có thể xảy ra đều có khả năng như nhau (ví dụ: xúc xắc là cân đối, đồng xu là hoàn hảo).

$P(A) = (\text{Số kết quả thuận lợi cho A}) / (\text{Tổng số kết quả có thể xảy ra})$

- **Ví dụ:** Với một con xúc xắc 6 mặt cân đối, có 6 kết quả có thể xảy ra {1, 2, 3, 4, 5, 6}. Biến cố "Gieo được mặt 4 chấm" chỉ có 1 kết quả thuận lợi. Do đó, xác suất lý thuyết để gieo được mặt 4 chấm là $1/6 \approx 0.167$.

2. So sánh hai loại xác suất

Tiêu chí	Xác suất thực nghiệm	Xác suất lý thuyết
Cơ sở	Dựa trên kết quả thu thập được từ các lần thử thực tế.	Dựa trên lý luận toán học và các giả định về tính công bằng của phép thử.
Giá trị	Là một số liệu thống kê, có thể thay đổi giữa các loạt thí nghiệm khác nhau.	Là một hằng số cố định cho một phép thử nhất định.
Ví dụ (mặt 4 chấm)	Trong thí nghiệm của bạn An, giá trị này là $12/60 = 0.2$.	Luôn luôn là $1/6 \approx 0.167$.

3. Mối quan hệ quan trọng: Định luật Số lớn

Tại sao xác suất thực nghiệm (0.2) lại khác với xác suất lý thuyết (≈ 0.167)? Đó là vì sự ngẫu nhiên trong một số ít lần thử. Tuy nhiên, có một định luật rất hay trong toán học gọi là **Định luật Số lớn**, phát biểu rằng:

Khi số lần thực hiện phép thử ngẫu nhiên tăng lên rất lớn, thì xác suất thực nghiệm của một biến cố sẽ ngày càng tiến gần đến xác suất lý thuyết của biến cố đó.

Điều này có nghĩa là, nếu bạn An không chỉ gieo 60 lần mà gieo 6,000 lần, hay 6,000,000 lần, thì tỉ lệ số lần xuất hiện mặt 4 chấm sẽ ngày càng gần với con số $1/6$ hơn.

IV. Bài tập vận dụng

Hãy cùng làm vài bài tập để củng cố kiến thức nhé!

1. **Bài 1:** Bạn Bình tung một đồng xu 80 lần và ghi nhận có 38 lần xuất hiện mặt ngửa. Hãy tính xác suất thực nghiệm của biến cố "Tung được mặt ngửa".

Lời giải:

- Số lần biến cố "Tung được mặt ngửa" xảy ra: 38 lần.
- Tổng số lần tung: 80 lần.
- Xác suất thực nghiệm là: $P(\text{Ngửa}) = 38 / 80 = 19/40 = 0.475$.

2. **Bài 2:** Một chiếc hộp kín chứa các quả bóng có 3 màu: Xanh, Đỏ, Vàng. Bạn Mai thực hiện lấy ngẫu nhiên một quả bóng, ghi lại màu rồi trả lại vào hộp.

Sau 50 lần lấy, Mai có kết quả sau: 22 lần màu Xanh, 17 lần màu Đỏ, và 11 lần màu Vàng.

a) Tính xác suất thực nghiệm của biến cố "Lấy được bóng màu Đỏ".

b) Tính xác suất thực nghiệm của biến cố "Lấy được bóng không phải màu Xanh".

Lời giải:

a) Xác suất lấy được bóng màu Đỏ:

- Số lần lấy được bóng Đỏ: 17 lần.
- Tổng số lần lấy: 50 lần.
- $P(\text{Đỏ}) = 17 / 50 = 0.34$.

b) Xác suất lấy được bóng không phải màu Xanh:

- Số lần lấy được bóng không phải màu Xanh = (Số lần lấy bóng Đỏ) + (Số lần lấy bóng Vàng) = $17 + 11 = 28$ lần.
- Tổng số lần lấy: 50 lần.
- $P(\text{Không phải Xanh}) = 28 / 50 = 14/25 = 0.56$.

V. Tổng kết

Qua bài học hôm nay, chúng ta đã tìm hiểu được những kiến thức cốt lõi về xác suất thực nghiệm:

- **Phép thử ngẫu nhiên, biến cố:** Là những khái niệm nền tảng để mô tả các hiện tượng ngẫu nhiên.

- **Xác suất thực nghiệm:** Là một công cụ mạnh mẽ để đo lường khả năng xảy ra của một sự kiện dựa trên dữ liệu thực tế. Công thức tính rất đơn giản: lấy số lần biến cố xảy ra chia cho tổng số lần thử.
- **Mối liên hệ với xác suất lý thuyết:** Khi thực hiện thí nghiệm đủ nhiều lần, xác suất thực nghiệm sẽ hội tụ về xác suất lý thuyết.

Xác suất không chỉ có trong trò chơi may rủi mà còn được ứng dụng rất nhiều trong đời sống, từ dự báo thời tiết, phân tích tài chính đến kiểm định chất lượng sản phẩm. Các em hãy thử tự mình thực hiện các thí nghiệm nhỏ như tung đồng xu 50 lần, 100 lần và tính toán xác suất thực nghiệm để xem nó có gần với $1/2$ không nhé!