

Hệ thức lượng trong tam giác vuông: Ứng dụng giải quyết bài toán thực tế

Toán học không chỉ là những con số và công thức khô khan trong sách vở. Khi bước ra ngoài sân trường, bạn sẽ thấy Toán học, đặc biệt là các hệ thức lượng trong tam giác vuông, hiện diện ở khắp mọi nơi. Chúng giúp chúng ta đo được chiều cao của một cái cây, một tòa nhà cao tầng, chiều rộng của một con sông hay xác định khoảng cách đến một vật thể ở xa mà không cần đến những dụng cụ đo đạc phức tạp. Bài học này sẽ giúp các bạn khám phá sức mạnh của lượng giác trong việc giải quyết các vấn đề thực tiễn đó.

1. Ôn tập các tỉ số lượng giác của góc nhọn

Trước khi đi vào các bài toán thực tế, chúng ta cần nắm vững các công cụ cơ bản. Xét tam giác ABC vuông tại A, với góc nhọn α (ví dụ, góc B).

- **Cạnh đối:** Cạnh đối diện với góc đang xét (AC).
- **Cạnh kề:** Cạnh góc vuông kề với góc đang xét (AB).
- **Cạnh huyền:** Cạnh dài nhất, đối diện với góc vuông (BC).

Chúng ta có các tỉ số lượng giác sau:

- **Sin ($\sin\alpha$):** Tỉ số giữa cạnh đối và cạnh huyền. **$\sin(B) = AC/BC$**
- **Cosin ($\cos\alpha$):** Tỉ số giữa cạnh kề và cạnh huyền. **$\cos(B) = AB/BC$**
- **Tang ($\tan\alpha$):** Tỉ số giữa cạnh đối và cạnh kề. **$\tan(B) = AC/AB$**

- **Cotang ($\cot\alpha$):** Tỷ số giữa cạnh kề và cạnh đối. **$\cot(B) = AB/AC$**

Mẹo ghi nhớ: "Sin đi học (Đối/Huyền), Cos không hư (Kề/Huyền), Tang đoàn kết (Đối/Kề), Cotang kết đoàn (Kề/Đối)".

2. Các khái niệm quan trọng trong bài toán thực tế

Để mô hình hóa bài toán thực tế bằng hình học, chúng ta cần làm quen với hai khái niệm sau:

a. Góc nâng (Angle of Elevation)

Góc nâng là góc được tạo bởi tia nhìn hướng lên trên và phương nằm ngang. Hãy tưởng tượng bạn đang đứng dưới đất và nhìn lên đỉnh một ngọn cây. Góc tạo bởi hướng nhìn của bạn và đường thẳng song song với mặt đất chính là góc nâng.

Ví dụ: Một người đứng cách gốc cây 20m nhìn lên đỉnh cây với góc nâng là 35° . Điều này có nghĩa là góc giữa tia nhìn từ mắt người đó đến đỉnh cây và phương nằm ngang là 35° .

b. Góc hạ (Angle of Depression)

Ngược lại với góc nâng, góc hạ là góc được tạo bởi tia nhìn hướng xuống dưới và phương nằm ngang. Khi bạn đứng trên ban công một tòa nhà cao tầng và nhìn xuống một chiếc ô tô đang đỗ dưới đường, góc tạo bởi hướng nhìn của bạn và đường thẳng song song với mặt đất là góc hạ.

Lưu ý quan trọng: Góc hạ từ điểm A đến điểm B bằng góc nâng từ điểm B đến điểm A (do ở vị trí so le trong).

Ví dụ: Từ đỉnh ngọn hải đăng, một người quan sát nhìn thấy một con thuyền ở ngoài khơi với góc hạ là 20° . Khi đó, góc nâng từ con thuyền nhìn lên đỉnh ngọn hải đăng cũng là 20° .

3. Ứng dụng giải quyết các bài toán thực tế

Dạng 1: Đo chiều cao của một vật thể (cây, cột cờ, tòa nhà)

Đây là ứng dụng phổ biến nhất. Chúng ta không thể dùng thước để trèo lên đỉnh một tòa nhà để đo, nhưng chúng ta có thể đo chiều cao của nó một cách gián tiếp.

Phương pháp:

1. Chọn một vị trí đứng (C) cách chân vật thể (A) một khoảng cách xác định (AC).
2. Dùng giác kế đo góc nâng từ vị trí đứng đến đỉnh của vật thể (B).
3. Chiều cao của vật thể (AB) sẽ được tính bằng công thức liên quan đến hàm tang: **$AB = AC * \tan(C)$** .

Ví dụ 1: Đo chiều cao cột cờ

Một học sinh đứng cách chân cột cờ 15m. Bạn đó dùng giác kế đo được góc nâng từ mắt mình đến đỉnh cột cờ là 38° . Biết khoảng cách từ mắt bạn học sinh đến mặt đất là 1.5m. Tính chiều cao của cột cờ.

Giải:

- Gọi A là chân cột cờ, B là đỉnh cột cờ.

- Gọi C là vị trí mắt của học sinh, D là điểm trên cột cờ có cùng độ cao với mắt học sinh. E là vị trí chân của học sinh.
- Ta có tam giác BDC vuông tại D.
- Khoảng cách $CD = AE = 15\text{m}$.
- Góc nâng $BCD = 38^\circ$.
- Chiều cao phần cột cờ phía trên tầm mắt là: $BD = CD * \tan(38^\circ) \approx 15 * 0.781 \approx 11.72 \text{ (m)}$.
- Chiều cao tổng thể của cột cờ là: $AB = BD + AD = 11.72 + 1.5 = 13.22 \text{ (m)}$.
- **Kết luận:** Cột cờ cao khoảng 13.22 mét.

Ví dụ 2: Đo chiều cao tòa nhà

Để đo chiều cao của tòa nhà Landmark 81, một người đứng tại điểm A cách chân tòa nhà một khoảng 200m, đo được góc nâng đến đỉnh là 77.7° . Tính chiều cao của tòa nhà (làm tròn đến mét).

Giải:

- Gọi B là đỉnh và C là chân tòa nhà. Tam giác ABC vuông tại C.
- Khoảng cách $AC = 200\text{m}$.
- Góc nâng $BAC = 77.7^\circ$.
- Chiều cao tòa nhà là: $BC = AC * \tan(A) = 200 * \tan(77.7^\circ) \approx 200 * 4.59 \approx 918 \text{ (m)}$.
- (Lưu ý: Chiều cao thực tế của Landmark 81 là 461.3m, ví dụ này chỉ mang tính minh họa cho phương pháp tính toán).

Dạng 2: Đo chiều rộng của một khúc sông

Làm thế nào để đo chiều rộng một khúc sông mà không cần bơi qua?

Phương pháp:

1. Chọn một điểm mốc (B) cố định ở bờ bên kia (ví dụ: một cái cây).
2. Đứng ở bờ bên này tại điểm A ngay đối diện với điểm B (sao cho AB vuông góc với bờ sông).
3. Từ A, đi dọc theo bờ sông một khoảng cách đã biết (AC).
4. Tại C, đo góc ACB.
5. Chiều rộng khúc sông (AB) được tính bằng công thức: **$AB = AC * \tan(C)$** .

Ví dụ 3:

Để đo chiều rộng một khúc sông, một người chọn một cái cây (B) ở bờ đối diện. Từ vị trí A ở bờ bên này đối diện cái cây, người đó đi dọc bờ sông 40m đến điểm C. Dùng dụng cụ đo, người đó xác định được góc $ACB = 50^\circ$. Tính chiều rộng của khúc sông.

Giải:

- Ta có tam giác ABC vuông tại A.
- $AC = 40\text{m}$.
- Góc $C = 50^\circ$.
- Chiều rộng của khúc sông là cạnh AB.
- Áp dụng tỉ số lượng giác, ta có: $\tan(C) = AB/AC \Rightarrow AB = AC * \tan(C)$.

- $AB = 40 * \tan(50^\circ) \approx 40 * 1.192 \approx 47.68 \text{ (m)}.$

- **Kết luận:** Khúc sông rộng khoảng 47.68 mét.

Dạng 3: Xác định khoảng cách từ một điểm trên cao

Từ một vị trí cao như ngọn hải đăng, đỉnh núi, hoặc máy bay, ta có thể xác định khoảng cách đến một vật thể trên mặt đất hoặc mặt biển.

Phương pháp:

1. Xác định chiều cao của điểm quan sát (A) so với mặt đất (h).
2. Đo góc hạ từ A đến vật thể (C).
3. Khoảng cách từ hình chiếu của điểm quan sát trên mặt đất (B) đến vật thể (C) được tính bằng công thức: **$BC = AB / \tan(C')$** , trong đó C' là góc nâng từ C lên A (C' bằng góc hạ từ A xuống C).

Ví dụ 4:

Từ đỉnh một ngọn hải đăng cao 85m so với mực nước biển, một người quan sát thấy một con tàu với góc hạ là 12° . Tính khoảng cách từ con tàu đến chân ngọn hải đăng.

Giải:

- Gọi A là đỉnh, B là chân ngọn hải đăng. C là vị trí con tàu.
- Tam giác ABC vuông tại B. Chiều cao $AB = 85\text{m}$.
- Góc hạ từ A xuống C là 12° , suy ra góc nâng $ACB = 12^\circ$.
- Khoảng cách từ tàu đến chân hải đăng là BC.

- Ta có: $\tan(C) = AB/BC \Rightarrow BC = AB / \tan(C)$.
- $BC = 85 / \tan(12^\circ) \approx 85 / 0.2126 \approx 399.8 \text{ (m)}$.
- **Kết luận:** Con tàu cách chân ngọn hải đăng khoảng 400 mét.

4. Tóm tắt các bước giải bài toán thực tế

Để giải quyết thành công một bài toán ứng dụng thực tế bằng hệ thức lượng, bạn có thể tuân theo các bước sau:

1. **Đọc kỹ đề bài:** Xác định rõ các yếu tố đã biết (độ dài, số đo góc) và yếu tố cần tìm.
2. **Vẽ hình minh họa:** Đây là bước quan trọng nhất. Hãy mô hình hóa tình huống thực tế bằng một hoặc nhiều tam giác vuông.
3. **Ký hiệu các điểm:** Đặt tên cho các đỉnh của tam giác và các điểm quan trọng. Ghi các giá trị đã biết lên hình vẽ.
4. **Chọn hệ thức phù hợp:** Dựa vào các cạnh và góc đã biết, xác định xem nên dùng tỉ số lượng giác nào (sin, cos, tan) để tìm yếu tố chưa biết.
5. **Thiết lập và giải phương trình:** Viết ra hệ thức lượng giác, thay số và tính toán để tìm kết quả.
6. **Kết luận:** Đưa ra câu trả lời cuối cùng, kèm theo đơn vị đo và làm tròn hợp lý nếu đề bài yêu cầu.

Qua các ví dụ trên, có thể thấy hệ thức lượng trong tam giác vuông là một công cụ toán học vô cùng mạnh mẽ và hữu ích, giúp chúng ta giải quyết nhiều vấn đề trong cuộc sống một cách khoa học và chính xác.