

Vị trí tương đối của hai đường tròn và ứng dụng trong thiết kế logo

Chào các em học sinh! Đường tròn không chỉ là một hình học quen thuộc trong sách vở mà còn là nguồn cảm hứng vô tận trong nghệ thuật và thiết kế. Bài học hôm nay sẽ giúp các em khám phá mối liên hệ thú vị giữa lý thuyết toán học về vị trí tương đối của hai đường tròn và ứng dụng thực tế của chúng trong việc tạo ra những chiếc logo biểu tượng.

1. Ôn tập kiến thức cơ bản

Trước khi đi vào nội dung chính, chúng ta cùng nhắc lại một vài khái niệm quan trọng.

Đường tròn

Định nghĩa: Đường tròn tâm O , bán kính R , ký hiệu $(O; R)$, là hình gồm các điểm cách điểm O một khoảng bằng R .

Đoạn nối tâm và đường nối tâm

Xét hai đường tròn $(O; R)$ và $(O'; r)$.

- **Đoạn nối tâm:** Là đoạn thẳng OO' .
- **Đường nối tâm:** Là đường thẳng OO' .

Đoạn nối tâm có độ dài, ký hiệu là $d = OO'$, là yếu tố then chốt để xác định vị trí tương đối của hai đường tròn.

2. Các vị trí tương đối của hai đường tròn

Giữa hai đường tròn phân biệt $(O; R)$ và $(O'; r)$, có ba vị trí tương đối chính, được xác định dựa trên số điểm chung và hệ thức liên hệ giữa đoạn nối tâm $d = OO'$ với các bán kính R và r (giả sử $R \geq r$).

Vị trí tương đối	Số điểm chung	Hệ thức liên hệ giữa d , R , r
1. Hai đường tròn cắt nhau	2	$R - r < d < R + r$
2. Hai đường tròn tiếp xúc nhau	1	- Tiếp xúc ngoài: $d = R + r$ - Tiếp xúc trong: $d = R - r$
3. Hai đường tròn không giao nhau	0	- Ở ngoài nhau: $d > R + r$ - Đụng nhau: $d < R - r$

a. Trường hợp 1: Hai đường tròn cắt nhau

Khi hai đường tròn có 2 điểm chung, ta nói chúng cắt nhau. Hai điểm chung đó gọi là hai giao điểm, đoạn thẳng nối hai giao điểm gọi là dây chung.

- **Hệ thức:** $R - r < d < R + r$ (với $R \geq r$)
- **Giải thích:** Độ dài đoạn nối tâm lớn hơn hiệu và nhỏ hơn tổng hai bán kính. Đây là điều kiện của bất đẳng thức trong một tam giác có 3 cạnh là R , r , và

d.

- **Ví dụ 1:** Cho đường tròn $(O; 5\text{cm})$ và $(O'; 3\text{cm})$. Đoạn nối tâm $OO' = 6\text{cm}$. Vị trí tương đối của hai đường tròn là gì?

Giải: Ta có $R = 5, r = 3, d = 6$.

Xét $R - r = 5 - 3 = 2\text{cm}$.

Xét $R + r = 5 + 3 = 8\text{cm}$.

Vì $2 < 6 < 8$ (tức là $R - r < d < R + r$), nên hai đường tròn này cắt nhau.

- **Ví dụ 2:** Một nhà thiết kế muốn tạo logo từ hai hình tròn giao nhau. Hình tròn lớn có bán kính 10 đơn vị, hình tròn nhỏ có bán kính 7 đơn vị. Để chúng cắt nhau, khoảng cách giữa hai tâm phải nằm trong khoảng nào?

Giải: Áp dụng hệ thức, ta có: $10 - 7 < d < 10 + 7$. Suy ra $3 < d < 17$. Vậy khoảng cách giữa hai tâm phải lớn hơn 3 và nhỏ hơn 17 đơn vị.

b. Trường hợp 2: Hai đường tròn tiếp xúc nhau

Khi hai đường tròn có 1 điểm chung duy nhất, ta nói chúng tiếp xúc nhau. Điểm chung đó được gọi là tiếp điểm.

Tiếp xúc ngoài

- **Hệ thức:** $d = R + r$
- **Giải thích:** Khoảng cách giữa hai tâm đúng bằng tổng hai bán kính. Hai tâm và tiếp điểm thẳng hàng.
- **Ví dụ:** Cho $(O; 7\text{cm})$ và $(O'; 3\text{cm})$. Nếu chúng tiếp xúc ngoài thì khoảng cách OO' là bao nhiêu?

Giải: Áp dụng công thức, ta có $d = R + r = 7 + 3 = 10\text{cm}$.

Tiếp xúc trong

- **Hệ thức:** $d = R - r$ (với $R > r$)
- **Giải thích:** Khoảng cách giữa hai tâm đúng bằng hiệu hai bán kính. Hai tâm và tiếp điểm thẳng hàng.
- **Ví dụ:** Cho đường tròn $(O; 8\text{cm})$ đựng đường tròn $(O'; 5\text{cm})$. Để hai đường tròn tiếp xúc trong, khoảng cách OO' phải là bao nhiêu?
Giải: Áp dụng công thức, ta có $d = R - r = 8 - 5 = 3\text{cm}$.

c. Trường hợp 3: Hai đường tròn không giao nhau

Khi hai đường tròn không có điểm chung nào, ta nói chúng không giao nhau. Có hai khả năng xảy ra.

Hai đường tròn ở ngoài nhau

- **Hệ thức:** $d > R + r$
- **Giải thích:** Khoảng cách giữa hai tâm lớn hơn tổng hai bán kính.
- **Ví dụ:** Cho $(O; 4\text{cm})$ và $(O'; 2\text{cm})$. Đoạn nối tâm $OO' = 9\text{cm}$. Vị trí của chúng là gì?
Giải: Ta có $R + r = 4 + 2 = 6\text{cm}$. Vì $d = 9\text{cm} > 6\text{cm}$ ($d > R + r$), nên hai đường tròn này ở ngoài nhau.

Hai đường tròn đựng nhau

- **Hệ thức:** $d < R - r$ (với $R > r$)
- **Giải thích:** Đường tròn nhỏ nằm hoàn toàn bên trong đường tròn lớn và không tiếp xúc. Khoảng cách giữa hai tâm nhỏ hơn hiệu hai bán kính.

- **Ví dụ:** Cho $(O; 10\text{cm})$ và $(O'; 4\text{cm})$. Đoạn nối tâm $OO' = 5\text{cm}$. Vị trí của chúng là gì?

Giải: Ta có $R - r = 10 - 4 = 6\text{cm}$. Vì $d = 5\text{cm} < 6\text{cm}$ ($d < R - r$), nên đường tròn (O') bị đựng trong đường tròn (O) .

- **Trường hợp đặc biệt: Hai đường tròn đồng tâm.** Khi $d = 0$, hai đường tròn có chung tâm. Đây là trường hợp đặc biệt của hai đường tròn đựng nhau.

3. Tính chất đường nối tâm

Đường nối tâm (đường thẳng đi qua hai tâm O và O') có những tính chất quan trọng liên quan đến các giao điểm và tiếp điểm.

1. **Nếu hai đường tròn cắt nhau tại A và B** thì đường nối tâm OO' là đường trung trực của dây chung AB . ($OO' \perp AB$ và đi qua trung điểm của AB).
2. **Nếu hai đường tròn tiếp xúc nhau tại A** thì tiếp điểm A nằm trên đường nối tâm OO' .

4. Vị trí tương đối của hai đường tròn trong thiết kế logo

Các nguyên tắc hình học này được các nhà thiết kế vận dụng một cách khéo léo để tạo ra những logo đơn giản, tinh tế nhưng đầy ý nghĩa.

Ví dụ 1: Logo Chanel và Mastercard (Hai đường tròn cắt nhau)

- **Phân tích logo Chanel:** Logo Chanel được tạo thành từ hai chữ C lồng vào nhau, nhưng về bản chất, nó có thể được xem như hình ảnh của hai đường tròn không đầy đủ cắt nhau. Sự giao thoa này tạo ra một cảm giác sang

trọng, cân bằng và kết nối, thể hiện sự hòa quyện giữa vẻ đẹp cổ điển và hiện đại. Vùng giao nhau tạo nên một điểm nhấn thị giác mạnh mẽ.

- **Phân tích logo Mastercard:** Logo này là một ví dụ kinh điển của hai đường tròn cắt nhau. Hai vòng tròn màu đỏ và vàng giao nhau, tạo ra một vùng màu cam ở giữa. Sự giao thoa này không chỉ tạo sự cân bằng về mặt hình ảnh mà còn mang ý nghĩa biểu tượng sâu sắc: sự kết nối, hợp tác và giao dịch liền mạch giữa khách hàng và doanh nghiệp trên toàn thế giới.

Ví dụ 2: Logo Olympic (Nhiều đường tròn cắt nhau)

- **Phân tích:** Biểu tượng Olympic gồm năm vòng tròn với năm màu sắc khác nhau, lồng vào nhau. Mỗi vòng tròn tượng trưng cho một châu lục. Việc chúng cắt nhau thể hiện sự đoàn kết, giao lưu và tinh thần cạnh tranh lành mạnh của các quốc gia trên toàn thế giới. Đây là một ứng dụng phức tạp và thành công của việc sử dụng các đường tròn cắt nhau để truyền tải một thông điệp toàn cầu.

Ví dụ 3: Logo Audi (Bốn đường tròn cắt nhau)

- **Phân tích:** Bốn vòng tròn bạc xếp thành hàng ngang và cắt nhau. Mỗi vòng tròn đại diện cho một trong bốn công ty sản xuất ô tô (Audi, DKW, Horch, và Wanderer) đã sáp nhập vào năm 1932 để tạo thành Auto Union AG. Sự liên kết chặt chẽ của các vòng tròn tượng trưng cho sức mạnh, sự bền vững và sự hợp nhất không thể tách rời của thương hiệu.

Ví dụ 4: Logo Target (Hai đường tròn đồng tâm)

- **Phân tích:** Logo của chuỗi bán lẻ Target là một ví dụ hoàn hảo về hai đường tròn đồng tâm (trường hợp đặc biệt $d=0$ của hai đường tròn đựng nhau). Một chấm tròn đỏ ở tâm và một vành tròn đỏ bên ngoài. Thiết kế này vừa đơn giản, táo bạo, vừa trực tiếp thể hiện tên thương hiệu ("Target" - mục tiêu, hồng tâm). Nó truyền tải thông điệp về sự chính xác, tập trung và chất lượng.

5. Tổng kết

Qua bài học, chúng ta thấy rằng các kiến thức toán học về vị trí tương đối của hai đường tròn không hề khô khan. Chúng là nền tảng cho vô số ứng dụng trong thực tế, đặc biệt là trong lĩnh vực thiết kế đồ họa. Việc hiểu rõ mối quan hệ giữa đoạn nối tâm và bán kính giúp chúng ta không chỉ giải được các bài toán hình học mà còn có thể phân tích và cảm nhận được vẻ đẹp, ý nghĩa đằng sau những logo quen thuộc. Hãy thử quan sát và tìm kiếm thêm những ví dụ khác về ứng dụng của đường tròn trong cuộc sống xung quanh bạn nhé!