

Tổng hợp kiến thức: Góc nội tiếp và Góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung

Đây là tài liệu tổng hợp toàn bộ kiến thức lý thuyết và các ví dụ cơ bản về hai loại góc quan trọng trong chương trình Toán 9 về đường tròn, giúp học sinh nắm vững và áp dụng vào giải bài tập.

PHẦN I: GÓC NỘI TIẾP

1. Định nghĩa

Góc nội tiếp là góc có đỉnh nằm trên đường tròn và hai cạnh chứa hai dây cung của đường tròn đó.

Cung nằm bên trong góc được gọi là *cung bị chắn*.

Ví dụ: Trong đường tròn (O), góc $\angle BAC$ có đỉnh A nằm trên đường tròn, hai cạnh AB và AC là hai dây cung. Vậy $\angle BAC$ là góc nội tiếp chắn cung nhỏ BC.

2. Định lý về góc nội tiếp

Số đo của góc nội tiếp bằng nửa số đo của cung bị chắn.

Công thức: $\angle BAC = \frac{1}{2} \text{sđ} \widehat{BC}$

Ví dụ 1: Cho đường tròn (O) và dây cung BC không đi qua tâm. Biết số đo cung nhỏ BC bằng 100° . Tính số đo góc nội tiếp $\angle BAC$ chắn cung đó.

Giải:

Theo định lý về góc nội tiếp, ta có:

$$\angle BAC = \frac{1}{2} \text{sđ} \widehat{BC} = \frac{1}{2} * 100^\circ = 50^\circ.$$

Vậy số đo góc $\angle BAC$ là 50° .

Ví dụ 2: Cho đường tròn (O) và một điểm A trên đường tròn. Vẽ góc nội tiếp $\angle BAC = 40^\circ$. Tính số đo cung nhỏ BC bị chắn.

Giải:

Từ công thức $\angle BAC = \frac{1}{2} \text{sđ} \widehat{BC}$, ta suy ra:

$$\text{sđ} \widehat{BC} = 2 * \angle BAC = 2 * 40^\circ = 80^\circ.$$

Vậy số đo cung nhỏ BC là 80° .

3. Các hệ quả của góc nội tiếp

Từ định lý trên, ta có các hệ quả quan trọng sau:

1. Các góc nội tiếp bằng nhau thì chắn các cung bằng nhau.

Nếu $\angle BAC = \angle EDF$ thì $\text{sđ} \widehat{BC} = \text{sđ} \widehat{EF}$.

2. Các góc nội tiếp cùng chắn một cung hoặc chắn các cung bằng nhau thì bằng nhau.

Ví dụ: Cho hai điểm B, C cố định trên đường tròn (O). Các điểm A và A' di động trên cung lớn BC. Khi đó, $\angle BAC = \angle BA'C$ vì chúng cùng chắn cung nhỏ BC.

3. Góc nội tiếp (nhỏ hơn hoặc bằng 90°) có số đo bằng nửa số đo của góc ở tâm cùng chắn một cung.

Ví dụ: Nếu $\angle BAC$ là góc nội tiếp và $\angle BOC$ là góc ở tâm cùng chắn cung BC,

thì $\angle BAC = \frac{1}{2} \angle BOC$. Nếu $\angle BOC = 120^\circ$ thì $\angle BAC = 60^\circ$.

4. Góc nội tiếp chắn nửa đường tròn là góc vuông (bằng 90°).

Ví dụ: Cho đường tròn (O) đường kính BC. Lấy điểm A bất kỳ trên đường tròn (A khác B và C). Khi đó, góc $\angle BAC$ chắn nửa đường tròn đường kính BC nên $\angle BAC = 90^\circ$. Đây là một tính chất rất hay được sử dụng để chứng minh tam giác vuông.

PHẦN II: GÓC TẠO BỞI TIA TIẾP TUYẾN VÀ DÂY CUNG

1. Định nghĩa

Góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung là góc có đỉnh tại tiếp điểm, một cạnh là tia tiếp tuyến và cạnh kia chứa dây cung của đường tròn.

Ví dụ: Cho đường tròn (O), tiếp tuyến Ax tại tiếp điểm A. AB là một dây cung. Khi đó, $\angle xAB$ là góc tạo bởi tia tiếp tuyến Ax và dây cung AB. Cung bị chắn là cung nhỏ AB.

2. Định lý

Số đo của góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung bằng nửa số đo của cung bị chắn.

Công thức: $\angle xAB = \frac{1}{2} \text{sđ} \widehat{AB}$

Ví dụ 1: Cho đường tròn (O) và tiếp tuyến Ax tại A. Dây cung AB có số đo cung là 130° . Tính số đo góc $\angle xAB$.

Giải:

Theo định lý, ta có:

$$\angle xAB = \frac{1}{2} \text{ số } \widehat{AB} = \frac{1}{2} * 130^\circ = 65^\circ.$$

Ví dụ 2: Cho đường tròn (O) và tiếp tuyến Ax tại A. Biết góc tạo bởi tia tiếp tuyến Ax và dây cung AB là $\angle xAB = 45^\circ$. Tính số đo cung AB bị chắn.

Giải:

Từ công thức, ta suy ra:

$$\text{số } \widehat{AB} = 2 * \angle xAB = 2 * 45^\circ = 90^\circ.$$

3. Hệ quả

Trong một đường tròn, góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung và góc nội tiếp cùng chắn một cung thì bằng nhau.

Công thức: Nếu $\angle xAB$ và $\angle ACB$ cùng chắn cung AB thì $\angle xAB = \angle ACB$.

Hệ quả này cực kỳ quan trọng và thường được dùng để chứng minh hai góc bằng nhau, từ đó suy ra tam giác đồng dạng hoặc chứng minh một đường thẳng là tiếp tuyến của đường tròn.

Ví dụ: Cho đường tròn (O) có tiếp tuyến d tại A. Dây cung AB. Lấy điểm C trên đường tròn. Chứng minh rằng nếu một đường thẳng xy đi qua A và tạo với dây cung AB một góc $\angle yAB$ bằng với góc $\angle ACB$ thì xy là tiếp tuyến của đường tròn tại A.

Giải:

Đây là định lý đảo. Vì $\angle ACB$ là góc nội tiếp chắn cung AB nên $\angle ACB = \frac{1}{2} \text{ số } \widehat{AB}$.

Theo giả thiết, $\angle yAB = \angle ACB$. Suy ra $\angle yAB = \frac{1}{2} \text{ số } \widehat{AB}$.

Góc $\angle yAB$ có đỉnh A trên đường tròn và có số đo bằng nửa số đo cung AB căng dây AB. Vậy xy phải là tiếp tuyến của đường tròn (O) tại A.

PHẦN III: KIẾN THỨC LIÊN QUAN VÀ MỞ RỘNG

1. Cung chứa góc

- **Bài toán quỹ tích:** Cho hai điểm A, B cố định và một góc α ($0^\circ < \alpha < 180^\circ$). Quỹ tích (tập hợp) các điểm M thỏa mãn $\angle AMB = \alpha$ là hai cung tròn đối xứng nhau qua đường thẳng AB. Hai cung tròn này được gọi là **cung chứa góc α dựng trên đoạn AB**.
- Đặc biệt, quỹ tích các điểm M nhìn đoạn AB dưới một góc 90° là đường tròn đường kính AB.

2. Tứ giác nội tiếp

- **Định nghĩa:** Tứ giác nội tiếp là tứ giác có bốn đỉnh cùng nằm trên một đường tròn.
- **Định lý:** Trong một tứ giác nội tiếp, tổng số đo hai góc đối diện bằng 180° .
- **Công thức:** Cho tứ giác ABCD nội tiếp, ta có: $\angle A + \angle C = 180^\circ$ và $\angle B + \angle D = 180^\circ$.
- **Dấu hiệu nhận biết tứ giác nội tiếp (rất quan trọng):**
 1. Tứ giác có tổng hai góc đối bằng 180° .
 2. Tứ giác có hai đỉnh kề nhau cùng nhìn cạnh chứa hai đỉnh còn lại dưới một góc bằng nhau. (Dấu hiệu cung chứa góc).

- 3. Tứ giác có góc ngoài tại một đỉnh bằng góc trong tại đỉnh đối diện.
- 4. Tứ giác có bốn đỉnh cách đều một điểm. Điểm đó là tâm đường tròn ngoại tiếp.

Ví dụ về dấu hiệu 2: Cho tứ giác ABCD có $\angle ACB = \angle ADB = 35^\circ$. Chứng minh ABCD là tứ giác nội tiếp.

Giải:

Xét tứ giác ABCD, ta thấy hai đỉnh kề nhau C và D cùng nhìn cạnh AB dưới một góc 35° . Theo dấu hiệu nhận biết, tứ giác ABCD nội tiếp được một đường tròn.

PHẦN IV: BẢNG SO SÁNH TỔNG KẾT

Tiêu chí	Góc nội tiếp	Góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung
Đỉnh	Nằm trên đường tròn	Nằm trên đường tròn (là tiếp điểm)
Cạnh	Hai cạnh là hai dây cung	Một cạnh là tia tiếp tuyến, một cạnh là dây cung
Công thức tính số đo	Bằng nửa số đo cung bị chắn	Bằng nửa số đo cung bị chắn
Mối liên hệ quan trọng	Góc nội tiếp và góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung cùng chắn một cung thì bằng nhau.	