

Chuyên đề: Số thập phân hữu hạn và Số thập phân vô hạn tuần hoàn

Trong tập hợp các số hữu tỉ, mỗi số đều có thể biểu diễn dưới dạng số thập phân. Có hai loại chính là số thập phân hữu hạn và số thập phân vô hạn tuần hoàn.

I. Số thập phân hữu hạn

1. Định nghĩa

Số thập phân hữu hạn là số thập phân mà phần thập phân có một số hữu hạn chữ số. Nói cách khác, ta có thể đếm được số lượng các chữ số ở sau dấu phẩy.

- **Ví dụ 1:** Số 0,25 là số thập phân hữu hạn vì có 2 chữ số ở phần thập phân.
- **Ví dụ 2:** Số -3,125 là số thập phân hữu hạn vì có 3 chữ số ở phần thập phân.

2. Cách nhận biết

Để biết một phân số có thể viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn hay không, ta làm theo các bước sau:

1. Đưa phân số về dạng tối giản.
2. Xét mẫu số của phân số tối giản đó.

Quy tắc: Nếu một phân số tối giản có mẫu dương và mẫu đó **chỉ có ước nguyên tố là 2 và 5** thì phân số đó viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn.

- **Ví dụ 1:** Xét phân số $7/20$.

- Phân số đã tối giản.
- Mẫu số là 20. Ta có $20 = 2^2 \times 5$. Mẫu chỉ có ước nguyên tố là 2 và 5.
- Vậy $7/20$ viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn ($7/20 = 0,35$).

- **Ví dụ 2:** Xét phân số $-9/40$.

- Phân số đã tối giản.
- Mẫu số là 40. Ta có $40 = 2^3 \times 5$. Mẫu chỉ có ước nguyên tố là 2 và 5.
- Vậy $-9/40$ viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn ($-9/40 = -0,225$).

II. Số thập phân vô hạn tuần hoàn

1. Định nghĩa

Số thập phân vô hạn tuần hoàn là số thập phân mà trong phần thập phân, bắt đầu từ một hàng nào đó, có một chữ số hay một cụm chữ số lặp đi lặp lại mãi mãi. Cụm chữ số lặp lại đó được gọi là **chu kì**.

- **Ví dụ 1:** $1/3 = 0,333...$ là số thập phân vô hạn tuần hoàn với chu kì là 3.
- **Ví dụ 2:** $5/12 = 0,41666...$ là số thập phân vô hạn tuần hoàn với chu kì là 6.

2. Ký hiệu

Để viết gọn số thập phân vô hạn tuần hoàn, người ta đặt chu kì trong dấu ngoặc đơn $()$.

Cấu trúc: [Phần nguyên],[Phần thập phân không tuần hoàn]([Chu kì])

- **Ví dụ 1:** $0,333\dots$ được viết là **$0,(3)$** .
- **Ví dụ 2:** $-1,232323\dots$ được viết là **$-1,(23)$** .
- **Ví dụ 3:** $0,41666\dots$ được viết là **$0,41(6)$** . (Số này được gọi là số thập phân vô hạn tuần hoàn lặp vì có phần thập phân không lặp lại).

3. Cách nhận biết

Quy tắc: Nếu một phân số tối giản có mẫu dương và mẫu đó có **ước nguyên tố khác 2 và 5** thì phân số đó viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn.

- **Ví dụ 1:** Xét phân số $5/6$.
 - Phân số đã tối giản.
 - Mẫu số là 6. Ta có **$6 = 2 \times 3$** . Mẫu có ước nguyên tố là 3 (khác 2 và 5).
 - Vậy $5/6$ viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn ($5/6 = 0,8333\dots = 0,8(3)$).
- **Ví dụ 2:** Xét phân số $-4/11$.
 - Phân số đã tối giản.
 - Mẫu số là 11. **11** là số nguyên tố khác 2 và 5.
 - Vậy $-4/11$ viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn ($-4/11 = -0,3636\dots = -0,(36)$).

III. Bảng so sánh và Tổng kết

Tiêu chí	Số thập phân hữu hạn	Số thập phân vô hạn tuần hoàn
Định nghĩa	Phần thập phân có số chữ số đếm được.	Phần thập phân có các chữ số lặp lại vô hạn theo một chu kì.
Dấu hiệu nhận biết (từ phân số tối giản $\frac{a}{b}$)	Mẫu số b chỉ có ước nguyên tố là 2 và 5.	Mẫu số b có ít nhất một ước nguyên tố khác 2 và 5.
Ví dụ	$\frac{3}{8} = 0,375$ (vì $8 = 2^3$)	$\frac{2}{9} = 0,(2)$ (vì $9 = 3^2$)

Kết luận quan trọng: Mỗi số hữu tỉ đều được biểu diễn dưới dạng một số thập phân hữu hạn hoặc vô hạn tuần hoàn. Ngược lại, mỗi số thập phân hữu hạn hoặc vô hạn tuần hoàn đều biểu diễn một số hữu tỉ.

IV. Các dạng bài tập vận dụng

Dạng 1: Nhận biết dạng thập phân của một phân số

Phương pháp: Rút gọn phân số. Phân tích mẫu số ra thừa số nguyên tố và áp dụng quy tắc nhận biết.

- **Ví dụ 1:** Phân số $\frac{13}{50}$ viết được dưới dạng số thập phân nào?

Giải: Phân số $13/50$ đã tối giản. Mẫu là $50 = 2 \times 5^2$. Vì mẫu chỉ có ước nguyên tố là 2 và 5 nên $13/50$ viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn.

- **Ví dụ 2:** Phân số $-7/30$ viết được dưới dạng số thập phân nào?

Giải: Phân số $-7/30$ đã tối giản. Mẫu là $30 = 2 \times 3 \times 5$. Vì mẫu có ước nguyên tố là 3 (khác 2 và 5) nên $-7/30$ viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn.

Dạng 2: Viết số thập phân về dạng phân số tối giản

a. Đối với số thập phân hữu hạn

Phương pháp: Viết số thập phân dưới dạng phân số có mẫu là lũy thừa của 10 (10, 100, 1000,...), sau đó rút gọn.

- **Ví dụ 1:** Viết 0,45 thành phân số tối giản.

$$0,45 = 45/100 = (45:5)/(100:5) = 9/20$$

- **Ví dụ 2:** Viết -2,125 thành phân số tối giản.

$$-2,125 = -2125/1000 = (-2125:125)/(1000:125) = -17/8$$

b. Đối với số thập phân vô hạn tuần hoàn

Phương pháp: Sử dụng các công thức chuyển đổi nhanh.

- **Công thức 1:** $0,(a) = a/9$

- **Công thức 2:** $0,(ab) = ab/99$

- **Công thức 3:** $0,(abc) = abc/999$

- **Ví dụ 1:** Viết $0,(5)$ thành phân số tối giản.

Áp dụng công thức, ta có: **$0,(5) = 5/9$** .

- **Ví dụ 2:** Viết $1,(27)$ thành phân số tối giản.

Ta có: **$1,(27) = 1 + 0,(27) = 1 + 27/99 = 1 + 3/11 = 11/11 + 3/11 = 14/11$** .

- **Ví dụ 3:** Viết $0,1(6)$ thành phân số tối giản (dạng nâng cao).

Ta có: **$0,1(6) = (16 - 1)/90 = 15/90 = 1/6$** .

V. Làm tròn số thập phân

Làm tròn số là một kỹ năng quan trọng khi làm việc với các số thập phân, đặc biệt là các số vô hạn.

Quy tắc làm tròn

Để làm tròn một số đến một hàng nào đó (gọi là hàng làm tròn), ta nhìn vào chữ số đầu tiên ở bên phải hàng làm tròn:

- Nếu chữ số đó nhỏ hơn 5 thì ta giữ nguyên bộ phận bên trái và bỏ đi các chữ số bên phải.
- Nếu chữ số đó lớn hơn hoặc bằng 5 thì ta cộng thêm 1 vào chữ số của hàng làm tròn và bỏ đi các chữ số bên phải.
- **Ví dụ 1:** Làm tròn số 12,7834 đến chữ số thập phân thứ hai.
Hàng làm tròn là chữ số 8. Chữ số bên phải nó là 3 (3 < 5). Vậy ta giữ nguyên 12,78 và bỏ phần còn lại. Kết quả: **12,78**.
- **Ví dụ 2:** Làm tròn số $0,5(45) = 0,54545...$ đến chữ số thập phân thứ ba.

Hàng làm tròn là chữ số 5 (thứ ba sau dấu phẩy). Chữ số bên phải nó là 4 (4 < 5). Vậy ta giữ nguyên 0,545 và bỏ phần còn lại. Kết quả: **0,545**.

- **Ví dụ 3:** Làm tròn số 9,1298 đến hàng phần trăm (chữ số thập phân thứ hai).
Hàng làm tròn là chữ số 2. Chữ số bên phải nó là 9 ($9 \geq 5$). Ta cộng 1 vào chữ số 2 ($2+1=3$) và bỏ phần còn lại. Kết quả: **9,13**.

VIDOCU.COM