

Phân tích đa thức thành nhân tử là gì?

Phân tích đa thức thành nhân tử (hay thừa số) là biến đổi đa thức đó thành một tích của những đa thức khác. Mỗi đa thức trong tích được gọi là một nhân tử của đa thức đã cho.

Các phương pháp phân tích đa thức thành nhân tử

1. Phương pháp đặt nhân tử chung

Đây là phương pháp cơ bản nhất. Ta tìm nhân tử chung trong tất cả các hạng tử của đa thức rồi đặt nhân tử đó ra ngoài dấu ngoặc.

- **Công thức:** $A.B + A.C = A(B + C)$

Ví dụ 1: Phân tích đa thức $15x^3 - 5x^2 + 10x$ thành nhân tử.

- **Bước 1:** Tìm nhân tử chung. Ta thấy các hệ số 15, -5, 10 đều chia hết cho 5. Phần biến có x là nhân tử chung với số mũ nhỏ nhất là 1. Vậy nhân tử chung là 5x.

- **Bước 2:** Đặt nhân tử chung ra ngoài.

$$15x^3 - 5x^2 + 10x = 5x(3x^2) - 5x(x) + 5x(2) = 5x(3x^2 - x + 2)$$

Ví dụ 2: Phân tích đa thức $4x(y - 2) - 9(y - 2)$ thành nhân tử.

- Nhân tử chung ở đây là biểu thức $(y - 2)$.
- Đặt $(y - 2)$ ra ngoài: $(y - 2)(4x - 9)$

2. Phương pháp dùng hằng đẳng thức

Phương pháp này yêu cầu nhận dạng đa thức có dạng của một trong các hằng đẳng thức đáng nhớ để biến đổi nó về dạng tích.

Bảng 7 hằng đẳng thức đáng nhớ:

STT	Tên Hằng Đẳng Thức	Công Thức
1	Bình phương của một tổng	$(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$
2	Bình phương của một hiệu	$(A - B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$
3	Hiệu hai bình phương	$A^2 - B^2 = (A - B)(A + B)$
4	Lập phương của một tổng	$(A + B)^3 = A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3$
5	Lập phương của một hiệu	$(A - B)^3 = A^3 - 3A^2B + 3AB^2 - B^3$
6	Tổng hai lập phương	$A^3 + B^3 = (A + B)(A^2 - AB + B^2)$
7	Hiệu hai lập phương	$A^3 - B^3 = (A - B)(A^2 + AB + B^2)$

Ví dụ 1: Phân tích đa thức $x^2 - 10x + 25$ thành nhân tử.

- Ta nhận thấy đa thức có dạng: $x^2 - 2.x.5 + 5^2$
- Đây là hằng đẳng thức số 2 (Bình phương của một hiệu) với $A = x, B = 5$.
- Vậy: $x^2 - 10x + 25 = (x - 5)^2$

Ví dụ 2: Phân tích đa thức $9x^2 - 4y^2$ thành nhân tử.

- Ta có thể viết lại đa thức dưới dạng: $(3x)^2 - (2y)^2$

- Đây là hằng đẳng thức số 3 (Hiệu hai bình phương) với $A = 3x$, $B = 2y$.
- Vậy: $9x^2 - 4y^2 = (3x - 2y)(3x + 2y)$

Ví dụ 3: Phân tích đa thức $8x^3 + 1$ thành nhân tử.

- Ta có thể viết lại đa thức dưới dạng: $(2x)^3 + 1^3$
- Đây là hằng đẳng thức số 6 (Tổng hai lập phương) với $A = 2x$, $B = 1$.
- Vậy: $8x^3 + 1 = (2x + 1)((2x)^2 - 2x.1 + 1^2) = (2x + 1)(4x^2 - 2x + 1)$

3. Phương pháp nhóm hạng tử

Ta nhóm các hạng tử của đa thức một cách thích hợp để làm xuất hiện nhân tử chung hoặc hằng đẳng thức.

- **Mục tiêu:** Sau khi nhóm, mỗi nhóm có thể phân tích được và sau đó xuất hiện nhân tử chung mới cho cả biểu thức.

Ví dụ 1: Phân tích đa thức $x^2 - xy + 2x - 2y$ thành nhân tử.

- **Bước 1:** Nhóm các hạng tử. Ta có thể nhóm $(x^2 - xy)$ và $(2x - 2y)$.
- **Bước 2:** Phân tích từng nhóm.

$$(x^2 - xy) + (2x - 2y) = x(x - y) + 2(x - y)$$
- **Bước 3:** Xuất hiện nhân tử chung mới là $(x - y)$. Đặt nhân tử chung.

$$= (x - y)(x + 2)$$

Ví dụ 2: Phân tích đa thức $x^2 - 6x + 9 - y^2$ thành nhân tử.

- **Bước 1:** Nhóm 3 hạng tử đầu tiên vì chúng tạo thành hằng đẳng thức.

$$(x^2 - 6x + 9) - y^2$$

- **Bước 2:** Áp dụng hằng đẳng thức cho nhóm đầu tiên.

$$= (x - 3)^2 - y^2$$

- **Bước 3:** Biểu thức có dạng hiệu hai bình phương $A^2 - B^2$ với $A = (x-3)$ và $B = y$.

$$= [(x - 3) - y][(x - 3) + y] = (x - y - 3)(x + y - 3)$$

4. Phối hợp nhiều phương pháp

Với các đa thức phức tạp, ta thường phải sử dụng kết hợp các phương pháp trên theo một thứ tự ưu tiên hợp lý:

1. **Ưu tiên 1:** Đặt nhân tử chung (nếu có).
2. **Ưu tiên 2:** Dùng hằng đẳng thức (nếu có dạng).
3. **Ưu tiên 3:** Nhóm các hạng tử.

Ví dụ 1: Phân tích đa thức $3x^3 - 12x$ thành nhân tử.

- **Bước 1 (Đặt nhân tử chung):** Nhân tử chung là $3x$.

$$3x^3 - 12x = 3x(x^2 - 4)$$

- **Bước 2 (Dùng hằng đẳng thức):** Biểu thức trong ngoặc $x^2 - 4$ có dạng hiệu hai bình phương.

$$= 3x(x - 2)(x + 2)$$

Ví dụ 2: Phân tích đa thức $x^3 - 2x^2 - 4xy^2 + 8y^2$ thành nhân tử.

- **Bước 1 (Đặt nhân tử chung):** Không có nhân tử chung cho cả 4 hạng tử.
- **Bước 2 (Nhóm hạng tử):** Nhóm $(x^3 - 2x^2)$ và $(-4xy^2 + 8y^2)$.

$$= (x^3 - 2x^2) - (4xy^2 - 8y^2)$$

$$= x^2(x - 2) - 4y^2(x - 2)$$

- **Bước 3 (Đặt nhân tử chung mới):** Nhân tử chung mới là $(x - 2)$.

$$= (x - 2)(x^2 - 4y^2)$$

- **Bước 4 (Dùng hằng đẳng thức):** Biểu thức $x^2 - 4y^2 = x^2 - (2y)^2$ là hiệu hai bình phương.

$$= (x - 2)(x - 2y)(x + 2y)$$

5. Các phương pháp nâng cao khác

Ngoài các phương pháp trên, còn có một số phương pháp nâng cao hơn như:

- **Tách một hạng tử:** Thường dùng để phân tích đa thức bậc hai $ax^2 + bx + c$. Ta tách hạng tử bx thành $b_1x + b_2x$ sao cho $b_1b_2 = ac$.
- **Thêm bớt cùng một hạng tử:** Thêm và bớt cùng một hạng tử để tạo ra hằng đẳng thức hoặc nhân tử chung.

Ví dụ (Tách hạng tử): Phân tích $x^2 + 7x + 12$.

- Ta cần tách $7x$ thành hai hạng tử có tổng bằng 7 và tích bằng $1 \cdot 12 = 12$. Hai số đó là 3 và 4.
- $x^2 + 3x + 4x + 12 = (x^2 + 3x) + (4x + 12) = x(x + 3) + 4(x + 3) = (x + 3)(x + 4)$