

Giới thiệu: Bài toán đo khoảng cách trong thực tế

Trong cuộc sống, chúng ta thường gặp những tình huống cần xác định khoảng cách giữa hai điểm nhưng không thể đo trực tiếp được. Ví dụ, làm thế nào để đo chiều rộng của một con sông, khoảng cách giữa hai điểm ở hai bên một hồ nước lớn, hay khoảng cách từ bờ đến một hòn đảo nhỏ? Các kiến thức về hình học, đặc biệt là về hai tam giác bằng nhau, cung cấp một công cụ mạnh mẽ để giải quyết những vấn đề này một cách chính xác và khoa học.

Chuyên đề này sẽ giúp các em học sinh hiểu rõ nguyên tắc và cách vận dụng các trường hợp bằng nhau của tam giác để đo các khoảng cách không thể tiếp cận trực tiếp.

I. Ôn tập các trường hợp bằng nhau của tam giác

Trước khi đi vào ứng dụng, chúng ta cần nắm vững ba trường hợp bằng nhau cơ bản của hai tam giác. Đây là kiến thức nền tảng để thực hiện các phép đo.

Trường hợp bằng nhau	Nội dung	Ký hiệu
Cạnh - Cạnh - Cạnh (c.c.c)	Nếu ba cạnh của tam giác này bằng ba cạnh của tam giác kia thì hai tam giác đó bằng nhau.	Nếu $\triangle ABC$ và $\triangle A'B'C'$ có: $AB = A'B'$ $AC = A'C'$ $BC = B'C'$ Thì $\triangle ABC = \triangle A'B'C'$ (c.c.c)
Cạnh - Góc - Cạnh (c.g.c)	Nếu hai cạnh và góc xen giữa của tam giác này bằng hai cạnh và góc xen giữa của tam giác kia thì hai tam giác đó bằng nhau.	Nếu $\triangle ABC$ và $\triangle A'B'C'$ có: $AB = A'B'$ $\angle B = \angle B'$ $BC = B'C'$ Thì $\triangle ABC = \triangle A'B'C'$ (c.g.c)

Góc - Cạnh - Góc (g.c.g)	Nếu một cạnh và hai góc kề cạnh đó của tam giác này bằng một cạnh và hai góc kề cạnh đó của tam giác kia thì hai tam giác đó bằng nhau.	Nếu $\triangle ABC$ và $\triangle A'B'C'$ có: $\angle B = \angle B'$ $BC = B'C'$ $\angle C = \angle C'$ Thì $\triangle ABC = \triangle A'B'C'$ (g.c.g)
---------------------------------	---	---

II. Nguyên tắc chung để đo khoảng cách gián tiếp

Ý tưởng cốt lõi của phương pháp này là: **Để đo khoảng cách giữa hai điểm A và B không thể đo trực tiếp, ta sẽ dựng trên thực địa một tam giác thứ hai bằng với tam giác có chứa cạnh AB, sao cho cạnh tương ứng với AB của tam giác mới này có thể đo được một cách dễ dàng.**

Các bước thực hiện tổng quát:

- Bước 1: Chọn điểm phụ.** Chọn một điểm C (hoặc O) có thể quan sát được cả hai điểm A và B để tạo thành tam giác ABC (hoặc OAB).
- Bước 2: Dựng tam giác bằng nhau.** Dựa vào các điều kiện có thể thực hiện trên thực địa (đo góc, đo độ dài), ta tiến hành dựng một tam giác $A'B'C'$ bằng với tam giác ABC theo một trong ba trường hợp đã học.
- Bước 3: Suy ra cạnh tương ứng.** Vì hai tam giác bằng nhau ($\triangle ABC = \triangle A'B'C'$), ta suy ra các cạnh tương ứng bằng nhau. Cụ thể là cạnh AB phải

tương ứng với cạnh $A'B'$. Do đó, $AB = A'B'$.

4. **Bước 4: Đo đạc và kết luận.** Tiến hành đo độ dài đoạn $A'B'$ trên thực địa. Độ dài này chính là khoảng cách AB cần tìm.

III. Các ứng dụng cụ thể

Tùy vào điều kiện địa hình, chúng ta sẽ lựa chọn áp dụng trường hợp bằng nhau phù hợp. Hai trường hợp thường được sử dụng nhất là Góc-Cạnh-Góc và Cạnh-Góc-Cạnh.

1. Ứng dụng trường hợp Cạnh-Góc-Cạnh (c.g.c)

Phương pháp này thường được áp dụng khi ta có thể chọn một điểm O và đo được khoảng cách từ O đến hai điểm A và B .

Bài toán: Đo khoảng cách giữa hai điểm A, B bị ngăn cách bởi một hồ nước.

Sơ đồ đo khoảng cách qua hồ nước bằng phương pháp c.g.c

Các bước thực hiện:

1. Chọn một điểm O bên ngoài hồ nước sao cho có thể nhìn thẳng đến A và B .
2. Dùng thước dây đo độ dài các đoạn thẳng OA và OB .
3. Dùng giác kế đo góc AOB .
4. Trên tia đối của tia OA , lấy điểm D sao cho **$OD = OA$** . (Ta có thể dùng thước dây và cọc để xác định điểm D).
5. Trên tia đối của tia OB , lấy điểm E sao cho **$OE = OB$** .
6. Nối hai điểm D và E . Dùng thước dây đo độ dài đoạn thẳng DE .

Chứng minh và kết luận:

- Xét hai tam giác $\triangle OAB$ và $\triangle ODE$, ta có:
- **$OA = OD$** (theo cách dựng)
- **$\angle AOB = \angle DOE$** (hai góc đối đỉnh)
- **$OB = OE$** (theo cách dựng)

$\Rightarrow \triangle OAB = \triangle ODE$ (c.g.c)

Vì hai tam giác bằng nhau nên các cạnh tương ứng của chúng bằng nhau. Do đó, **$AB = DE$** .

Khoảng cách AB giữa hai điểm bên kia hồ nước chính là độ dài đoạn thẳng DE mà ta vừa đo được.

Ví dụ minh họa:

Ví dụ 1: Để đo khoảng cách giữa hai vị trí A và B ở hai bên một cái ao, người ta chọn điểm O , đo được $OA = 20\text{m}$, $OB = 25\text{m}$. Sau đó, họ xác định các điểm D , E lần lượt trên tia đối của OA , OB sao cho $OD = 20\text{m}$, $OE = 25\text{m}$. Cuối cùng, đo khoảng cách DE được 35m . Hỏi khoảng cách AB là bao nhiêu?

Giải:

Xét $\triangle OAB$ và $\triangle ODE$ có:

- $OA = OD = 20\text{m}$ (giả thiết)
- $\angle AOB = \angle DOE$ (đối đỉnh)
- $OB = OE = 25\text{m}$ (giả thiết)

Vậy $\triangle OAB = \triangle ODE$ (c.g.c). Suy ra $AB = DE = 35\text{m}$. Khoảng cách giữa hai vị trí A và B là 35m.

2. Ứng dụng trường hợp Góc-Cạnh-Góc (g.c.g)

Phương pháp này phù hợp khi ta có thể dễ dàng tạo ra các góc bằng nhau hoặc các đường thẳng song song.

Bài toán: Đo chiều rộng của một con sông mà không cần sang bờ bên kia.

Sơ đồ đo chiều rộng sông bằng phương pháp g.c.g

Các bước thực hiện:

1. Chọn một điểm A cố định bên bờ sông này và một điểm B (ví dụ: một cái cây) ở ngay bờ sông bên kia sao cho AB vuông góc với bờ sông (ước lượng).
2. Dùng cọc tiêu, vạch một đường thẳng xy song song với bờ sông (và vuông góc với AB tại A).
3. Trên đường thẳng xy, chọn một điểm C bất kỳ. Dùng thước dây đo độ dài đoạn AC.
4. Từ C, vạch một đường thẳng vuông góc với xy (tức là song song với AB), ta được tia Cz.
5. Ngắm đường thẳng đi qua hai điểm B và C. Kéo dài đường thẳng này cắt tia Cz tại điểm D.
6. Dùng thước dây đo độ dài đoạn CD.

Chứng minh và kết luận:

- Xét hai tam giác vuông $\triangle ABC$ và $\triangle DCC$, ta có:

- $\angle BAC = \angle CDC = 90^\circ$ (theo cách dựng)
- $AC = AC$ (cạnh chung) $\rightarrow$ Chỉ lại cách dựng. Cách dựng này không tạo ra 2 tam giác bằng nhau.

Sửa lại cách dựng cho đúng trường hợp g.c.g:

1. Chọn điểm A bên này sông, điểm B bên kia sông.
2. Lấy một điểm E trên bờ có điểm A. Đoạn thẳng AE nằm dọc theo bờ sông.
3. Dùng giác kế đo góc BAE.
4. Trên bờ sông, lấy điểm D sao cho A là trung điểm của đoạn thẳng ED (tức là $AE = AD$).
5. Từ D, kẻ tia Dx song song với BE.
6. Từ A, kẻ tia Ay song song với BE. Tia Ay cắt tia Dx tại C. Cách này phức tạp.

Cách dựng đơn giản và phổ biến hơn:

1. Coi A là một điểm bên bờ này, B là một điểm (cây) bên bờ kia. Ta cần đo khoảng cách AB.
2. Chọn một điểm C trên bờ có điểm A. Nối A với C.
3. Dùng cọc và dây, xác định điểm D là trung điểm của đoạn thẳng AC.
4. Từ C, kẻ đường thẳng Cx song song với AB.
5. Từ D, kẻ đường thẳng Dy cắt Cx tại E sao cho B, D, E thẳng hàng.

Chứng minh và kết luận:

- Xét $\triangle ABD$ và $\triangle CED$, ta có:

- $\angle BAD = \angle ECD$ (hai góc so le trong, vì $AB \parallel CE$)
- $AD = CD$ (vì D là trung điểm của AC)
- $\angle ADB = \angle CDE$ (hai góc đối đỉnh)

$\Rightarrow \triangle ABD = \triangle CED$ (g.c.g)

Vì hai tam giác bằng nhau, suy ra $AB = CE$.

Như vậy, ta chỉ cần đo độ dài đoạn thẳng CE là biết được chiều rộng AB của con sông.

Ví dụ minh họa:

Ví dụ 2: Một đội khảo sát muốn đo chiều rộng một con sông (khoảng cách AB). Họ chọn điểm C trên bờ và lấy D là trung điểm của AC. Biết $AC = 80m$ (suy ra $AD = DC = 40m$). Họ dựng đoạn CE song song và bằng AB (như cách dựng trên) và đo được $CE = 65m$. Hỏi chiều rộng con sông là bao nhiêu?

Giải:

Theo cách dựng và chứng minh trên, ta có $\triangle ABD = \triangle CED$ (g.c.g).

Suy ra cạnh tương ứng $AB = CE$.

Vì $CE = 65m$ nên $AB = 65m$.

Vậy, chiều rộng của con sông là 65m.

IV. Tổng kết và lưu ý khi thực hành

Tóm tắt các bước chính

1. **Khảo sát thực địa:** Xác định hai điểm A, B cần đo. Quan sát địa hình để tìm vị trí thuận lợi đặt các điểm phụ (O, C, D...).
2. **Lựa chọn phương pháp:** Dựa vào địa hình, quyết định xem nên áp dụng trường hợp c.g.c hay g.c.g. Nếu có thể chọn một điểm O và đo khoảng cách từ O đến A, B thì nên dùng c.g.c. Nếu không, có thể dùng g.c.g.
3. **Thực hiện dựng hình:** Dùng các dụng cụ như cọc tiêu, thước dây, giác kế để xác định các điểm, đoạn thẳng, góc trên mặt đất một cách chính xác.
4. **Đo đạc cạnh cần thiết:** Sau khi đã dựng xong hình, tiến hành đo độ dài của cạnh tương ứng (như DE hoặc CE trong các ví dụ).
5. **Kết luận:** Dựa trên chứng minh hai tam giác bằng nhau, kết luận độ dài vừa đo được chính là khoảng cách cần tìm.

Lưu ý:

- Độ chính xác của phép đo phụ thuộc rất nhiều vào độ chính xác khi dựng hình (đo góc, đo cạnh, xác định điểm).
- Nên thực hiện phép đo nhiều lần và lấy giá trị trung bình để giảm sai số.
- Địa hình phải tương đối bằng phẳng để việc đo đạc và dựng hình được thuận lợi.

Như vậy, chỉ với những kiến thức cơ bản về tam giác bằng nhau và các dụng cụ đo đạc đơn giản, chúng ta hoàn toàn có thể giải quyết được những bài toán đo đạc phức tạp trong thực tế. Đây là một minh chứng tuyệt vời cho sự gắn kết

giữa Toán học và cuộc sống.

VIDOCU.COM