

Chuyên đề: Tính lượng giấy làm hộp quà hình lăng trụ đứng tam giác

Chào các em, hôm nay chúng ta sẽ cùng nhau tìm hiểu một chủ đề toán học rất thú vị và có tính ứng dụng cao trong thực tế: tính toán lượng vật liệu cần thiết để tạo ra một vật thể có dạng hình lăng trụ đứng tam giác, ví dụ như một chiếc hộp quà xinh xắn. Qua chuyên đề này, các em sẽ nắm vững các công thức và biết cách vận dụng để giải quyết các bài toán thực tế.

1. Kiến thức cần nhớ về Hình lăng trụ đứng tam giác

a. Định nghĩa và cấu tạo

Hình lăng trụ đứng tam giác là hình không gian có:

- **Hai mặt đáy:** là hai tam giác bằng nhau và nằm trên hai mặt phẳng song song.
- **Các mặt bên:** là ba hình chữ nhật.
- **Các cạnh bên:** song song, bằng nhau và vuông góc với hai mặt phẳng đáy. Độ dài cạnh bên chính là **chiều cao (h)** của lăng trụ.

Hãy tưởng tượng một thanh sô-cô-la Toblerone, một chiếc lều cắm trại hay một miếng phô mai cắt ra, đó đều là những ví dụ về hình lăng trụ đứng tam giác trong đời sống.

b. Các công thức quan trọng

Để tính được lượng giấy làm hộp, chúng ta cần tính được tổng diện tích các mặt của chiếc hộp đó. Ta có các khái niệm sau:

Diện tích xung quanh (S_{xq})

Diện tích xung quanh của hình lăng trụ đứng tam giác là tổng diện tích của ba mặt bên (là ba hình chữ nhật).

- **Công thức:** $S_{xq} = C_{\text{đáy}} * h$
- **Giải thích:** Trong đó, $C_{\text{đáy}}$ là chu vi của mặt đáy (tổng độ dài ba cạnh của tam giác đáy), và h là chiều cao của hình lăng trụ.

Ví dụ 1: Tính diện tích xung quanh của một hình lăng trụ đứng có chiều cao 12 cm, đáy là tam giác có độ dài ba cạnh lần lượt là 5 cm, 6 cm và 7 cm.

Giải:

1. Chu vi đáy của lăng trụ là: $C_{\text{đáy}} = 5 + 6 + 7 = 18 \text{ cm}$.
2. Diện tích xung quanh của lăng trụ là: $S_{xq} = C_{\text{đáy}} * h = 18 * 12 = 216 \text{ cm}^2$.

Ví dụ 2: Một trụ bê tông hình lăng trụ đứng tam giác có chiều cao 2 m, đáy là tam giác vuông tại A có $AB = 30 \text{ cm}$, $AC = 40 \text{ cm}$. Tính diện tích xung quanh của trụ bê tông đó.

Giải:

1. Đổi đơn vị: $h = 2 \text{ m} = 200 \text{ cm}$.
2. Vì đáy là tam giác vuông tại A, áp dụng định lý Pytago để tính cạnh huyền BC: $BC^2 = AB^2 + AC^2 = 30^2 + 40^2 = 900 + 1600 = 2500$. Suy ra $BC = 50 \text{ cm}$.

3. Chu vi đáy của lăng trụ là: $C_{\text{đáy}} = AB + AC + BC = 30 + 40 + 50 = 120 \text{ cm}$.

4. Diện tích xung quanh của trụ bê tông là: $S_{xq} = C_{\text{đáy}} * h = 120 * 200 = 24000 \text{ cm}^2$.

Diện tích toàn phần (Stp)

Diện tích toàn phần của hình lăng trụ đứng tam giác là tổng diện tích của tất cả các mặt, bao gồm diện tích xung quanh và diện tích hai mặt đáy.

- **Công thức:** $S_{tp} = S_{xq} + 2 * S_{\text{đáy}}$
- **Giải thích:** Trong đó, **S_{xq}** là diện tích xung quanh và **S_{đáy}** là diện tích của một mặt đáy.

Để tính $S_{\text{đáy}}$, chúng ta cần nhớ lại các công thức tính diện tích tam giác:

Loại tam giác	Công thức tính diện tích (S)
Tam giác thường (biết 1 cạnh và chiều cao tương ứng)	$S = (1/2) * a * h_a$
Tam giác vuông (biết 2 cạnh góc vuông)	$S = (1/2) * a * b$
Tam giác đều (cạnh a)	$S = (a^2 * \sqrt{3}) / 4$
Tam giác thường (biết 3 cạnh a, b, c - Công thức Heron)	Gọi p là nửa chu vi: $p = (a+b+c)/2$. $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

Ví dụ 3: Quay lại Ví dụ 1, hãy tính diện tích toàn phần của hình lăng trụ đó.

Giải:

1. Ta đã có $S_{xq} = 216 \text{ cm}^2$.

2. Tính diện tích đáy $S_{\text{đáy}}$. Đáy là tam giác có ba cạnh 5 cm, 6 cm, 7 cm. Ta dùng công thức Heron:

- Nửa chu vi đáy: $p = (5 + 6 + 7) / 2 = 9 \text{ cm}$.

- Diện tích đáy: $S_{\text{đáy}} = \sqrt{[9 * (9-5) * (9-6) * (9-7)]} = \sqrt{[9 * 4 * 3 * 2]} = \sqrt{216} \approx 14.7 \text{ cm}^2$.

- Diện tích toàn phần của lăng trụ là: $S_{tp} = S_{xq} + 2 * S_{\text{đáy}} = 216 + 2 * 14.7 = 216 + 29.4 = 245.4 \text{ cm}^2$.

2. Ứng dụng: Tính lượng giấy làm hộp quà

a. Phân tích bài toán

Khi làm một chiếc hộp quà, lượng giấy thực tế cần dùng không chỉ bằng diện tích toàn phần của chiếc hộp. Chúng ta cần một phần giấy thừa ra để làm các **mép dán**, giúp kết dính các mặt lại với nhau.

Do đó, bài toán thường có dạng:

Lượng giấy cần dùng = Diện tích toàn phần (S_{tp}) + Diện tích các mép dán

Diện tích mép dán có thể được cho theo một con số cụ thể, hoặc thường gặp hơn là được tính bằng một tỉ lệ phần trăm so với diện tích toàn phần.

b. Các bước giải quyết

1. **Xác định các kích thước của hộp:** Đọc kỹ đề bài để lấy các thông số về đáy (độ dài các cạnh, dạng tam giác) và chiều cao của hộp.
2. **Tính chu vi đáy ($C_{\text{đáy}}$):** Cộng độ dài ba cạnh của tam giác đáy.
3. **Tính diện tích xung quanh (S_{xq}):** Áp dụng công thức $S_{xq} = C_{\text{đáy}} \cdot h$.
4. **Tính diện tích một mặt đáy ($S_{\text{đáy}}$):** Chọn công thức tính diện tích tam giác phù hợp.
5. **Tính diện tích toàn phần (S_{tp}):** Áp dụng công thức $S_{tp} = S_{xq} + 2 \cdot S_{\text{đáy}}$. Đây chính là diện tích giấy lý thuyết để tạo nên chiếc hộp.
6. **Tính diện tích phần mép dán ($S_{\text{mép}}$):** Dựa vào dữ kiện đề bài (ví dụ: mép dán chiếm 8% diện tích toàn phần thì $S_{\text{mép}} = S_{tp} \cdot 8\%$).
7. **Tính tổng lượng giấy cần dùng:** $Tổng = S_{tp} + S_{\text{mép}}$.

c. Ví dụ minh họa chi tiết

Ví dụ 1: Bạn Mai muốn làm một hộp quà hình lăng trụ đứng tam giác có nắp đáy. Đáy hộp là tam giác vuông có hai cạnh góc vuông là 9 cm và 12 cm. Chiều cao của hộp là 10 cm. Tính lượng bìa cứng tối thiểu cần dùng để làm hộp, biết rằng phần mép dán và các phần bìa bị hao hụt chiếm 10% diện tích toàn phần của hộp.

Giải:

1. **Xác định kích thước:** Đáy là tam giác vuông có 2 cạnh góc vuông là 9 cm, 12 cm. Chiều cao $h = 10$ cm.

2. **Tính cạnh huyền của đáy:** Áp dụng định lý Pytago, cạnh huyền $= \sqrt{(9^2 + 12^2)} = \sqrt{(81 + 144)} = \sqrt{225} = 15 \text{ cm}$.

3. **Tính chu vi đáy:** $C_{\text{đáy}} = 9 + 12 + 15 = 36 \text{ cm}$.

4. **Tính diện tích xung quanh:** $S_{xq} = C_{\text{đáy}} * h = 36 * 10 = 360 \text{ cm}^2$.

5. **Tính diện tích một mặt đáy:** $S_{\text{đáy}} = (1/2) * 9 * 12 = 54 \text{ cm}^2$.

6. **Tính diện tích toàn phần:** $S_{tp} = S_{xq} + 2 * S_{\text{đáy}} = 360 + 2 * 54 = 360 + 108 = 468 \text{ cm}^2$.

7. **Tính diện tích mếp dán:** $S_{\text{mép}} = 10\% * S_{tp} = 0.1 * 468 = 46.8 \text{ cm}^2$.

8. **Tính tổng lượng bìa cần dùng:** $\text{Tổng} = S_{tp} + S_{\text{mép}} = 468 + 46.8 = 514.8 \text{ cm}^2$.

Kết luận: Bạn Mai cần tối thiểu 514.8 cm^2 bìa cứng để làm chiếc hộp.

Ví dụ 2: Một tấm che mưa cho cửa sổ có dạng hình lăng trụ đứng tam giác nhưng bị khuyết một mặt bên và hai mặt đáy. Đáy là tam giác cân có cạnh bên 50 cm , cạnh đáy 60 cm . Chiều dài của tấm che (tương ứng chiều cao lăng trụ) là 1.2 m . Tính diện tích tấm nhựa cần dùng để làm tấm che đó.

Phân tích: Tấm che này chỉ gồm 2 mặt bên là 2 hình chữ nhật bằng nhau. Đây là trường hợp đặc biệt.

Giải:

1. Đổi đơn vị: $h = 1.2 \text{ m} = 120 \text{ cm}$.

2. Tấm che gồm 2 mặt bên hình chữ nhật. Mỗi hình chữ nhật có chiều dài là 120 cm và chiều rộng là cạnh bên của tam giác cân, tức 50 cm .

3. Diện tích một mặt bên là: $50 * 120 = 6000 \text{ cm}^2$.
4. Vì có 2 mặt bên như vậy, tổng diện tích tấm nhựa cần dùng là: $2 * 6000 = 12000 \text{ cm}^2$ (hay 1.2 m^2).

Kết luận: Cần 12000 cm^2 tấm nhựa để làm tấm che mưa.

3. Bài tập tự luyện

1. **Bài 1:** Tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của một lăng trụ đứng có chiều cao 20 cm, đáy là tam giác đều cạnh 10 cm.
2. **Bài 2:** Một hộp đèn hình lăng trụ đứng tam giác có các mặt bên làm bằng mica. Đáy là tam giác vuông có hai cạnh góc vuông 30 cm, 40 cm, chiều cao hộp đèn là 60 cm. Tính diện tích mica cần dùng để làm các mặt bên của hộp đèn.
3. **Bài 3:** Người ta muốn làm một chiếc hộp đựng dụng cụ không có nắp, dạng hình lăng trụ đứng tam giác. Đáy là tam giác có độ dài các cạnh là 20 cm, 25 cm, 30 cm. Chiều cao hộp là 40 cm. Tính diện tích tôn cần thiết để làm chiếc hộp đó (bỏ qua các mép hàn).

4. Tổng kết

Qua chuyên đề này, chúng ta đã hệ thống lại toàn bộ kiến thức về tính diện tích của hình lăng trụ đứng tam giác. Điều quan trọng nhất là:

- Nhớ vững công thức tính $S_{xq} = C_{\text{đáy}} * h$ và $S_{tp} = S_{xq} + 2 * S_{\text{đáy}}$.
- Biết cách tính chu vi và diện tích của các loại tam giác ở đáy.

- Đọc kỹ yêu cầu bài toán thực tế để xác định cần tính diện tích xung quanh, diện tích toàn phần, hay có cần tính thêm phần mép dán/bỏ đi mặt nào không.

Chúc các em học tốt và có thể tự tay làm những chiếc hộp quà thật đẹp cho bạn bè và người thân!

VIDOCU.COM