

I. Phép đo và Sai số trong Vật lý

1. Phép đo các đại lượng vật lí

Phép đo một đại lượng vật lí là việc so sánh nó với một đại lượng cùng loại được quy ước làm đơn vị để xem nó lớn gấp bao nhiêu lần đơn vị đó.

- **Phép đo trực tiếp:** Là phép đo mà giá trị của đại lượng cần đo được đọc trực tiếp trên thang chia của dụng cụ đo.
- *Ví dụ 1:* Dùng thước kẻ để đo chiều dài của một chiếc bút. Kết quả chiều dài được đọc trực tiếp trên vạch chia của thước.
- *Ví dụ 2:* Dùng cân đồng hồ để đo khối lượng của một túi hoa quả. Kết quả khối lượng được đọc trực tiếp trên mặt đồng hồ của cân.
- **Phép đo gián tiếp:** Là phép đo mà giá trị của đại lượng cần đo được xác định thông qua một công thức liên hệ với các đại lượng đo trực tiếp.
- *Ví dụ 1:* Để đo vận tốc của một vật chuyển động thẳng đều, ta đo trực tiếp quãng đường (s) và thời gian (t), sau đó tính vận tốc qua công thức $v = s/t$.
- *Ví dụ 2:* Để đo khối lượng riêng của một vật, ta đo trực tiếp khối lượng (m) và thể tích (V), sau đó tính khối lượng riêng qua công thức $D = m/V$.

2. Phân loại sai số

Sai số của phép đo là độ lệch giữa giá trị đo được và giá trị thực của đại lượng cần đo. Trong thực tế, không có phép đo nào cho kết quả chính xác tuyệt đối, mọi phép đo đều có sai số. Có hai loại sai số chính:

a. Sai số hệ thống (Systematic Error)

Là loại sai số có tính quy luật, lặp lại ở tất cả các lần đo và thường làm cho kết quả đo lệch về một phía (lớn hơn hoặc nhỏ hơn giá trị thực).

- **Nguyên nhân:**

- Do dụng cụ đo: Dụng cụ không được hiệu chỉnh đúng (ví dụ: điểm 0 của thước bị lệch), hoặc do sai sót của nhà sản xuất.
- Do chủ quan của người đo: Thao tác đo không đúng quy cách (ví dụ: đặt mắt nhìn lệch khi đọc kết quả trên thước).

- **Cách khắc phục:** Kiểm tra, hiệu chỉnh lại dụng cụ đo trước khi sử dụng và tuân thủ đúng quy tắc đo.

- **Ví dụ:** Một chiếc cân luôn chỉ nhiều hơn khối lượng thật 0.1 kg. Khi cân một vật 2 kg, kết quả luôn là 2.1 kg. Đây là sai số hệ thống do dụng cụ.

b. Sai số ngẫu nhiên (Random Error)

Là loại sai số không có quy luật rõ ràng, xuất hiện do các yếu tố ngẫu nhiên và làm cho kết quả các lần đo khác nhau một cách không thể dự đoán trước.

- **Nguyên nhân:**

- Do điều kiện môi trường: Sự thay đổi ngẫu nhiên của nhiệt độ, độ ẩm, áp suất, gió...
- Do thao tác đo không ổn định: Phản xạ của người bấm đồng hồ đo thời gian, sự run tay khi đọc số...
- Do hạn chế của giác quan người đo.

- **Cách khắc phục:** Không thể loại bỏ hoàn toàn nhưng có thể giảm thiểu bằng cách thực hiện phép đo nhiều lần và lấy giá trị trung bình.
- *Ví dụ:* Khi đo thời gian rơi của một vật, do phản xạ của người bấm đồng hồ không đều, các kết quả thu được có thể là 1.52s, 1.55s, 1.50s. Sự khác biệt này là do sai số ngẫu nhiên.

Tiêu chí	Sai số hệ thống	Sai số ngẫu nhiên
Nguyên nhân	Do dụng cụ đo, phương pháp đo, chủ quan người đo có tính hệ thống.	Do các yếu tố ngẫu nhiên, không kiểm soát được.
Đặc điểm	Làm kết quả đo lệch về một phía so với giá trị thực.	Làm kết quả đo phân tán xung quanh giá trị thực.
Cách khắc phục	Hiệu chỉnh dụng cụ, thay đổi phương pháp đo.	Lặp lại phép đo nhiều lần và lấy giá trị trung bình.

II. Cách xác định sai số của phép đo trực tiếp

Khi đo một đại lượng A nhiều lần (n lần), ta thu được các giá trị $A_1, A_2, \dots, A_n$. Ta xử lý các số liệu này như sau:

1. Giá trị trung bình

Giá trị trung bình của đại lượng A được xem là giá trị gần đúng nhất với giá trị thực.

Công thức: $\bar{A} = (A_1 + A_2 + \dots + A_n) / n$

Ví dụ: Đo chiều dài một cây bút 5 lần, ta được kết quả: 14.5 cm, 14.6 cm, 14.4 cm, 14.5 cm, 14.7 cm.

Giá trị trung bình: $\bar{L} = (14.5 + 14.6 + 14.4 + 14.5 + 14.7) / 5 = 72.7 / 5 = 14.54$ cm.

2. Sai số tuyệt đối của mỗi lần đo

Là độ lớn chênh lệch giữa giá trị trung bình và giá trị của mỗi lần đo.

Công thức: $\Delta A_i = |\bar{A} - A_i|$

Ví dụ (tiếp theo):

$$\Delta L_1 = |14.54 - 14.5| = 0.04 \text{ cm}$$

$$\Delta L_2 = |14.54 - 14.6| = 0.06 \text{ cm}$$

$$\Delta L_3 = |14.54 - 14.4| = 0.14 \text{ cm}$$

$$\Delta L_4 = |14.54 - 14.5| = 0.04 \text{ cm}$$

$$\Delta L_5 = |14.54 - 14.7| = 0.16 \text{ cm}$$

3. Sai số tuyệt đối trung bình (Sai số ngẫu nhiên)

Là trung bình cộng của các sai số tuyệt đối trong mỗi lần đo. Đây chính là sai số ngẫu nhiên của phép đo.

Công thức: $\Delta \bar{A} = (\Delta A_1 + \Delta A_2 + \dots + \Delta A_n) / n$

Ví dụ (tiếp theo):

$$\Delta \bar{L} = (0.04 + 0.06 + 0.14 + 0.04 + 0.16) / 5 = 0.44 / 5 = 0.088 \text{ cm}.$$

4. Sai số dụng cụ (ΔA_{dc})

Là sai số hệ thống gây ra bởi dụng cụ đo. Sai số này thường được lấy bằng một nửa hoặc một độ chia nhỏ nhất (ĐCNN) trên dụng cụ.

Ví dụ 1: Dùng thước kẻ có ĐCNN là 1 mm (0.1 cm) để đo chiều dài. Sai số dụng cụ có thể lấy là $\Delta L_{dc} = 0.1 \text{ cm}$ hoặc $\Delta L_{dc} = 0.05 \text{ cm}$. (Thường lấy bằng một ĐCNN nếu không có chỉ dẫn khác).

Ví dụ 2: Đồng hồ bấm giây điện tử hiện số có ĐCNN là 0.01s. Sai số dụng cụ là $\Delta t_{dc} = 0.01s$.

5. Sai số tuyệt đối của phép đo

Là tổng của sai số ngẫu nhiên trung bình và sai số dụng cụ.

Công thức: $\Delta A = \Delta \bar{A} + \Delta A_{dc}$

Ví dụ (hoàn chỉnh): Đo chiều dài bút bằng thước có ĐCNN là 1mm = 0.1 cm. Lấy sai số dụng cụ là $\Delta L_{dc} = 0.05 \text{ cm}$. Ta có sai số ngẫu nhiên là $\Delta \bar{L} = 0.088 \text{ cm}$. Sai số tuyệt đối của phép đo là: $\Delta L = \Delta \bar{L} + \Delta L_{dc} = 0.088 + 0.05 = 0.138 \text{ cm}$.

III. Cách viết kết quả đo

1. Quy tắc viết kết quả

Kết quả đo một đại lượng A được viết dưới dạng:

$$A = \bar{A} \pm \Delta A$$

Trong đó $\bar{A}$ là giá trị trung bình và ΔA là sai số tuyệt đối của phép đo.

Quy tắc làm tròn:

1. Sai số tuyệt đối ΔA thường được làm tròn đến một, tối đa là hai chữ số có nghĩa.
2. Giá trị trung bình $\bar{A}$ được làm tròn đến bậc thập phân tương ứng với bậc thập phân của ΔA sau khi đã làm tròn.

Ví dụ (tiếp theo ví dụ đo chiều dài bút):

Ta có: $L = 14.54$ cm và $\Delta L = 0.138$ cm.

Bước 1: Làm tròn sai số ΔL . Ta làm tròn đến một chữ số có nghĩa: $\Delta L \approx 0.1$ cm.

(Hoặc hai chữ số có nghĩa: $\Delta L \approx 0.14$ cm. Ở đây ta chọn 1 chữ số có nghĩa).

Bước 2: Làm tròn giá trị trung bình L . Vì ΔL được làm tròn đến hàng phần mười (bậc thập phân thứ nhất), nên L cũng phải được làm tròn đến hàng phần mười.

$L = 14.54$ cm ≈ 14.5 cm.

Bước 3: Viết kết quả.

Kết quả đo chiều dài cây bút là: **$L = 14.5 \pm 0.1$ (cm).**

2. Sai số tương đối (tỉ đối)

Sai số tương đối (hay sai số tỉ đối), kí hiệu là δA , cho biết mức độ chính xác của phép đo. Sai số tương đối càng nhỏ thì phép đo càng chính xác.

Công thức: $\delta A = (\Delta A / A) * 100\%$

Ví dụ 1 (tiếp theo):

Sai số tương đối của phép đo chiều dài bút là:

$\delta L = (0.1 / 14.5) * 100\% \approx 0.69\%$.

Ví dụ 2: Hai phép đo gia tốc rơi tự do g cho kết quả:

Phép đo 1: $g_1 = 9.81 \pm 0.05 \text{ (m/s}^2\text{)}$

Phép đo 2: $g_2 = 9.79 \pm 0.02 \text{ (m/s}^2\text{)}$

Để so sánh độ chính xác, ta tính sai số tương đối:

$$\delta g_1 = (0.05 / 9.81) * 100\% \approx 0.51\%$$

$$\delta g_2 = (0.02 / 9.79) * 100\% \approx 0.20\%$$

Vì $\delta g_2 < \delta g_1$, phép đo thứ hai chính xác hơn.

IV. Cách xác định sai số của phép đo gián tiếp

Giả sử đại lượng F được xác định gián tiếp qua các đại lượng đo trực tiếp A, B, C,... theo công thức $F = f(A, B, C, \dots)$. Sai số của F được tính dựa trên sai số của A, B, C,...

1. Quy tắc tính sai số

a. Tổng và hiệu: $F = A \pm B$

Sai số tuyệt đối của một tổng hay hiệu bằng tổng các sai số tuyệt đối của các số hạng.

Công thức: $\Delta F = \Delta A + \Delta B$

Ví dụ: Đo chu vi P của một hình chữ nhật có chiều dài $a = 20.1 \pm 0.1 \text{ cm}$ và chiều rộng $b = 10.5 \pm 0.1 \text{ cm}$. Chu vi được tính bằng $P = 2(a+b) = 2a + 2b$.

Giá trị trung bình: $P = 2(20.1 + 10.5) = 61.2 \text{ cm}$.

Sai số tuyệt đối: $\Delta P = 2(\Delta a + \Delta b) = 2(0.1 + 0.1) = 0.4 \text{ cm}$.

Kết quả: $P = 61.2 \pm 0.4 \text{ (cm)}$.

b. Tích và thương: $F = A.B$ hoặc $F = A/B$

Sai số tương đối của một tích hay thương bằng tổng các sai số tương đối của các thừa số.

Công thức: $\delta F = \delta A + \delta B$ hay $\Delta F/F = \Delta A/A + \Delta B/B$

Từ đó suy ra sai số tuyệt đối: **$\Delta F = F * (\delta A + \delta B)$**

Ví dụ: Tính diện tích S của hình chữ nhật trên.

Giá trị trung bình: $S = \bar{a} * \bar{b} = 20.1 * 10.5 = 211.05 \text{ cm}^2$.

Sai số tương đối của a : $\delta a = (0.1 / 20.1) * 100\% \approx 0.50\%$.

Sai số tương đối của b : $\delta b = (0.1 / 10.5) * 100\% \approx 0.95\%$.

Sai số tương đối của diện tích S : $\delta S = \delta a + \delta b \approx 0.50\% + 0.95\% = 1.45\%$.

Sai số tuyệt đối của S : $\Delta S = S * \delta S = 211.05 * 1.45\% \approx 3.06 \text{ cm}^2$.

Làm tròn: $\Delta S \approx 3 \text{ cm}^2$. $S \approx 211 \text{ cm}^2$.

Kết quả: $S = 211 \pm 3 (\text{cm}^2)$.

c. Lũy thừa: $F = A^n$

Sai số tương đối của một lũy thừa bằng tích của số mũ với sai số tương đối của cơ số.

Công thức: $\delta F = |n| * \delta A$

Ví dụ: Tính thể tích V của một hình lập phương có cạnh $a = 5.20 \pm 0.05 \text{ cm}$.

Công thức $V = a^3$.

Giá trị trung bình: $V = (5.20)^3 \approx 140.608 \text{ cm}^3$.

Sai số tương đối của a : $\delta a = (0.05 / 5.20) * 100\% \approx 0.96\%$.

Sai số tương đối của V : $\delta V = 3 * \delta a = 3 * 0.96\% = 2.88\%$.

Sai số tuyệt đối của V: $\Delta V = V * \delta V = 140.608 * 2.88\% \approx 4.05 \text{ cm}^3$.

Làm tròn: $\Delta V \approx 4 \text{ cm}^3$. $V \approx 141 \text{ cm}^3$.

Kết quả: $V = 141 \pm 4 (\text{cm}^3)$.

2. Ví dụ tổng hợp: Đo gia tốc rơi tự do g bằng con lắc đơn

Công thức tính chu kì con lắc đơn: $T = 2\pi\sqrt{l/g} \Rightarrow g = 4\pi^2(l/T^2)$

Giả sử kết quả đo trực tiếp chiều dài dây l và chu kì T là:

$$l = 0.800 \pm 0.001 \text{ (m)}$$

$$T = 1.80 \pm 0.02 \text{ (s)}$$

Bước 1: Tính giá trị trung bình $\bar{g}$

$$\bar{g} = 4\pi^2 * (l / T^2) = 4 * (3.1416)^2 * (0.800 / (1.80)^2) \approx 9.738 \text{ m/s}^2.$$

Bước 2: Tính sai số tương đối δg

Theo công thức nhân/chia và lũy thừa, ta có:

$$\delta g = \delta(4\pi^2) + \delta l + \delta(T^2) = 0 + \delta l + 2*\delta T \text{ (Vì } 4\pi^2 \text{ là hằng số, sai số bằng 0)}.$$

Tính các sai số tương đối thành phần:

$$\delta l = \Delta l / l = 0.001 / 0.800 = 0.00125$$

$$\delta T = \Delta T / T = 0.02 / 1.80 \approx 0.01111$$

$$\text{Vậy: } \delta g = 0.00125 + 2 * 0.01111 \approx 0.02347$$

Bước 3: Tính sai số tuyệt đối Δg

$$\Delta g = \bar{g} * \delta g = 9.738 * 0.02347 \approx 0.2285 \text{ m/s}^2.$$

Bước 4: Làm tròn và viết kết quả

Làm tròn sai số Δg đến một chữ số có nghĩa: $\Delta g \approx 0.2 \text{ m/s}^2$.

Làm tròn $\bar{g}$ theo Δg (đến hàng phần mười): $\bar{g} \approx 9.7 \text{ m/s}^2$.

Kết quả cuối cùng: $g = 9.7 \pm 0.2 (\text{m/s}^2)$.